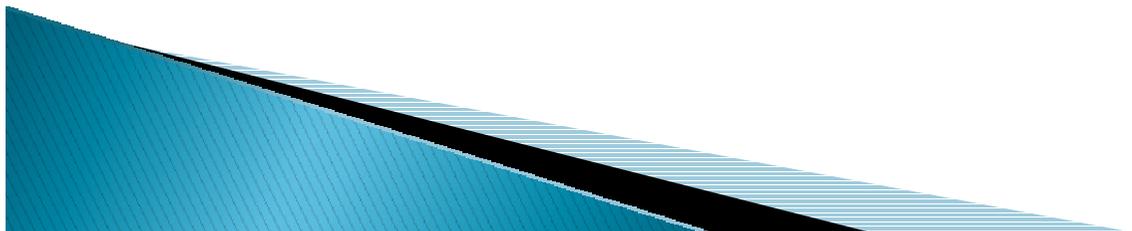


# International portfolios with supply, demand and redistributive shocks

N. Coeurdacier, R. Kollmann, P. Martin (2007)

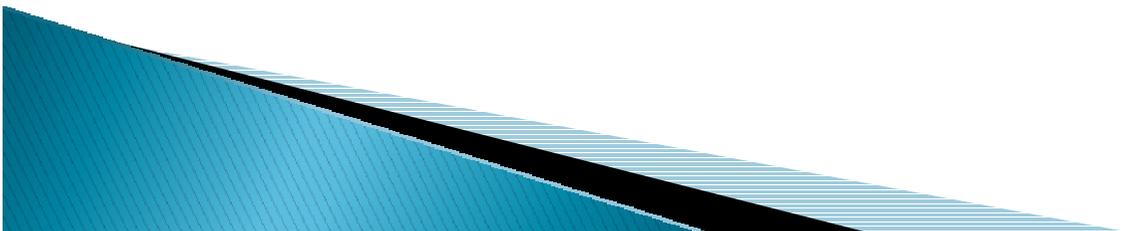


# Introduction

Empiriquement, on observe dans les pays industrialisés :

- “Home bias” dans les portefeuilles d’actions.
- Portefeuilles longs en devise(s) étrangère(s) et courts en devise nationale.
- En conséquence, une dépréciation du taux de change réel (RER) d’un pays entraîne un transfert de richesse du reste du monde vers ce pays.

Objectif du papier : expliquer ces trois phénomènes *simultanément*.



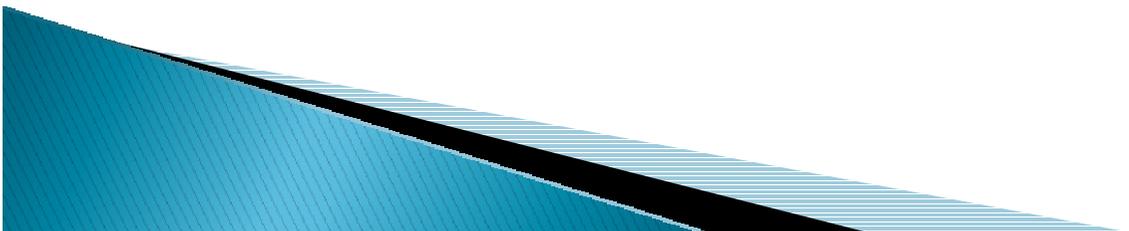
# Introduction

La plupart des modèles se concentrent uniquement sur des chocs d'offre et génèrent des implications contraires aux données :

Exemple : choc d'offre négatif → appréciation du taux de change réel

- Lissage de la consommation : hausse des importations nécessaire → achat d'actions étrangères pour financer cette hausse et se prémunir des chocs d'offre.

Implication 1 : portefeuille domestique biaisé en faveur des actions étrangères (*Foreign bias in equity*)

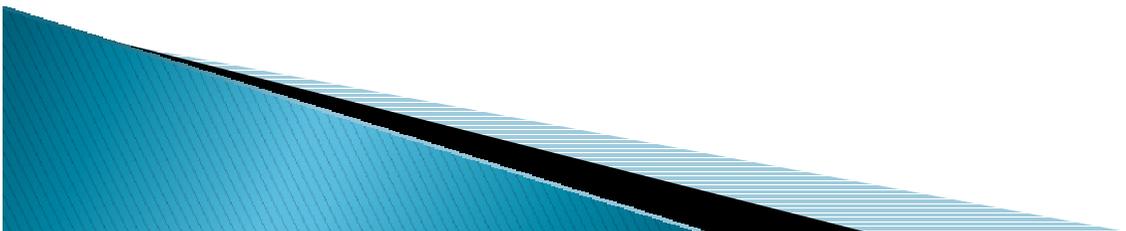


# Introduction

choc d'offre négatif → appréciation du taux de change réel → transfert positif de richesse du reste du monde au pays concerné

Implication 2 : une hausse du RER (=appréciation du taux de change réel) génère un gain net en capital sur les actifs étrangers

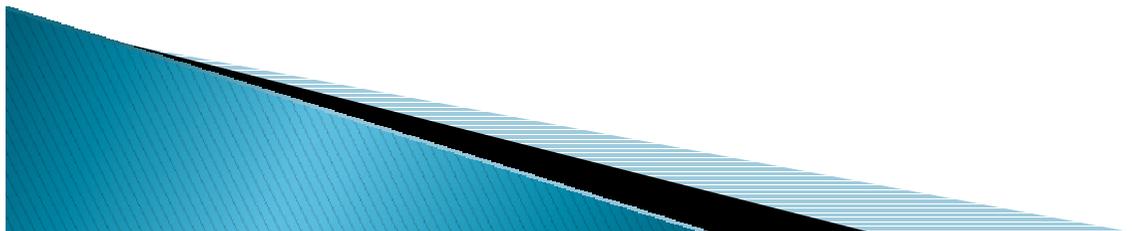
Problème : Ces résultats sont contraires aux données empiriques.



# Introduction

Il est nécessaire d'élargir ces modèles pour se rapprocher des données :

- Chocs redistributifs entre travail et capital
- Chocs de demande relative
- échange d'obligations libellées en termes de biens domestique et étranger
- Introduction de l'hypothèse de marchés incomplets.



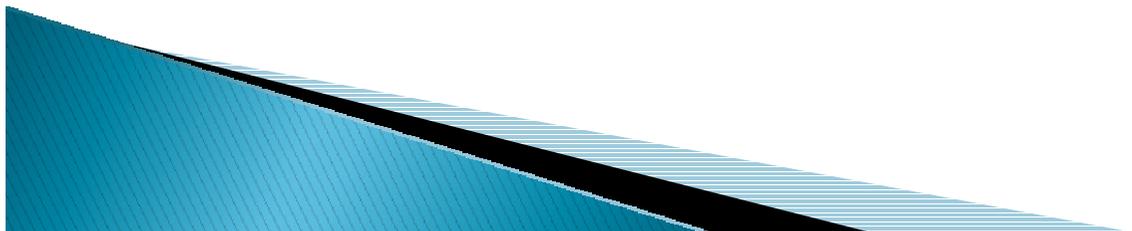
# Introduction

Deux cas sont étudiés :

- Marchés financiers complets, avec deux types de chocs (autant que de produits financiers)
- Marchés incomplets avec trois types de chocs simultanément.

Principaux apports :

- Premier modèle analysant les choix de portefeuille en marchés incomplets
- Les trois chocs simultanés génèrent des choix réalistes au regard des données empiriques.

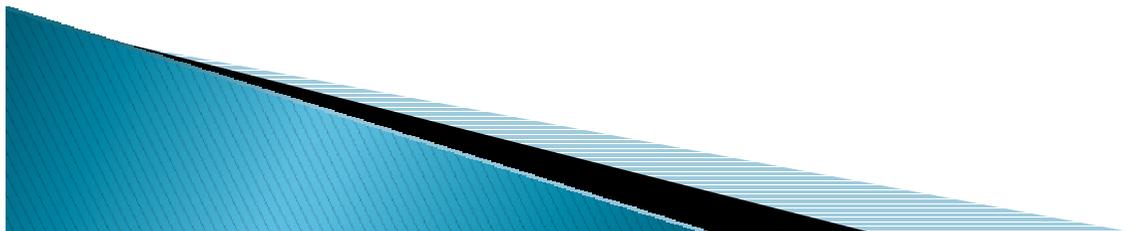


# Intuition

- ▶ Avec un choc de redistribution en faveur du capital, on peut générer un biais en faveur des actions domestiques

Sachant le *equity home bias* :

- ▶ Avec un choc négatif de demande, on peut générer des portefeuilles d'obligations courts en devise nationale et longs en devises étrangères (via la dégradation des termes de l'échanges)



# Littérature

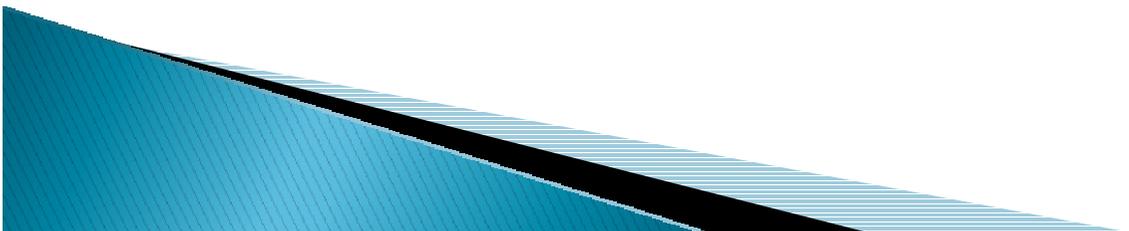
La littérature a rencontré quatre problèmes :

1. Introduire l'hétérogénéité des investisseurs nécessaire pour justifier le equity home bias

*Solution proposée : hypothèse de home bias de la consommation.*

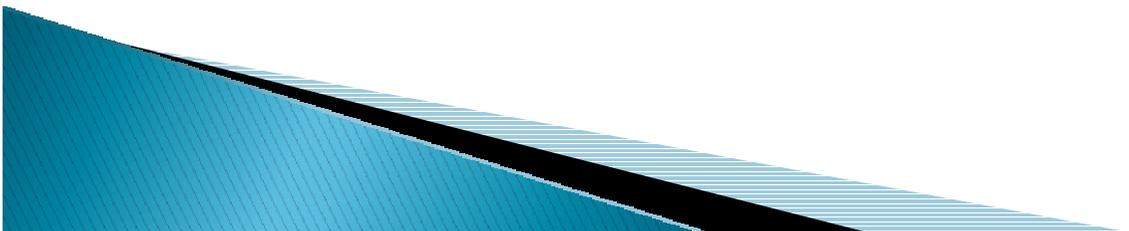
2. Souvent une implication irréaliste des modèles avec home bias dans la consommation : la corrélation entre termes de l'échange et rendements relatifs des actions quasi parfaite – Cf Obstfeld (2006)

*Solution proposée : introduction d'obligations et de nouveaux chocs.*



# Littérature

3. Souvent corrélation négative entre salaires et revenus du capital dans la littérature.  
*Solution proposée : l'existence d'obligations déconnecte partiellement ces deux variables.*
  
4. La littérature en se fondant sur l'hypothèse de marchés complets génère une corrélation parfaite entre consommation relative et taux de change réel.  
*Solution proposée : augmenter le nombre de chocs potentiels.*



# Description du modèle

- Modèle d'équilibre général ; deux pays symétriques et deux biens.
- Pas de barrières à l'échange sur les marchés financiers
- “Home bias” vis-à-vis de la consommation de biens.
- Trois types de chocs exogènes :
  - offre (choc sur  $y$ )
  - redistribution entre capital et travail.
  - demande relative pour le bien domestique par rapport au bien étranger : “iPod shock”



# Description du modèle

## Marché des biens : préférences

- ▶  $U_i = E_0 \left[ \frac{C_i^{1-\sigma}}{1-\sigma} \right]$
- ▶  $C_i$  = index de consommation agrégée à  $t=1$
- ▶  $\sigma > 1$  : coefficient d'aversion relative au risque

# Description du modèle

## Marché des biens : préférences

$$C_H = \left[ a^{1/\phi} (\Psi_H c_H^H)^{(\phi-1)/\phi} + (1-a)^{1/\phi} (\Psi_F c_F^H)^{(\phi-1)/\phi} \right]^{\phi/(\phi-1)}$$

$$C_F = \left[ a^{1/\phi} (\Psi_F c_F^F)^{(\phi-1)/\phi} + (1-a)^{1/\phi} (\Psi_H c_H^F)^{(\phi-1)/\phi} \right]^{\phi/(\phi-1)}$$

- $c_j^i$  : consommation de bien produit par  $j$  du pays  $i$
- $\phi$  : élasticité de substitution entre les deux biens
- $\psi_i$  : choc exogène sur les préférences relatives pour le bien du pays  $i$  (“iPod shock”) ;  $E_0(\psi_i) = 1$
- $a$  représente la préférence pour le bien local (“home bias” de la consommation), car  $0.5 < a < 1$

# Description du modèle

Marché des biens : prix

*“Welfare based Consumer Price Index” (CPI)*

$$P_H = \left[ \alpha (p_H / \Psi_H)^{1-\phi} + (1-\alpha) (p_F / \Psi_F)^{1-\phi} \right]^{1/(1-\phi)}$$
$$P_F = \left[ (1-\alpha) (p_H / \Psi_H)^{1-\phi} + \alpha (p_F / \Psi_F)^{1-\phi} \right]^{1/(1-\phi)}$$

- $p_H$  : prix du bien produit par “Home”
- $p_F$  : prix du bien produit par “Foreign”
- $q = p_H / p_F$  : termes de l’échange de Home

*Remarque : “Welfare based CPI” peut être différent du CPI empirique.*

# Description du modèle

Marché des biens : prix

*Contraintes de ressources*

à  $t=1$  :

$$c_H^H + c_H^F = y_H$$

$$c_F^F + c_F^H = y_F.$$

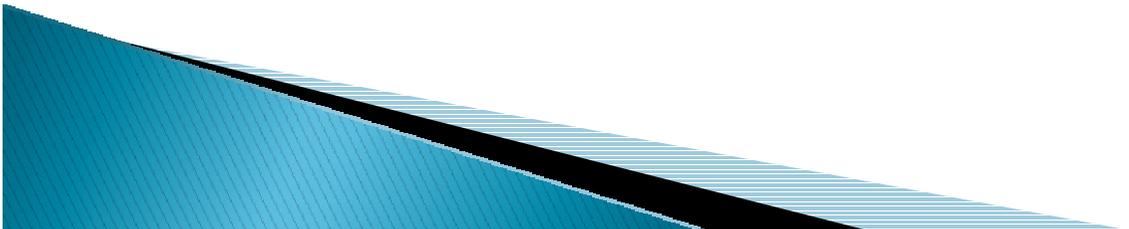
# Description du modèle

## Marchés financiers

Il y a des échanges à  $t=0$

Deux marchés :

- ▶ Marché des actions
- ▶ Marché des obligations



# Description du modèle

## Marchés financiers : marché des actions

- Une action = une part dans la production future ( $y$ )
- $S_j^i$  : nombre d'actions  $j$  détenu par  $i$  et :  
 $\sum_j S_j^i = 1 = E_0(y_j)$
- $k_i$  : part exogène de  $y_i$  allant aux actionnaires, d'où dividendes =  $k_i p_i y_i$
- $(1 - k_i) p_i \cdot y_i$  : revenus de travail du pays  $i$
- $p_s$  : prix d'une action (identique dans les deux pays à cause de la symétrie)

# Description du modèle

## Marchés financiers : marché des obligations

- 2 obligations dénommées en bien Home et en bien Foreign
- $b_j^i$  : quantité détenue par  $i$  donnant lieu à paiement futur en bien  $j$ .
- Acheter une obligation Home (Foreign) à  $t = 0$  donne droit à une unité de bien Home (Foreign) à  $t = 1$
- Offre nette d'obligations nulle
- à  $t = 0$ , l'agent représentatif de chaque pays détient l'entreprise locale et n'a pas de produits financiers étrangers :

$$p_S S_i^i + p_S S_j^i + b_i^i + b_j^i = p_S, \quad \text{with } j \neq i$$

# Description du modèle

## Marchés financiers : market clearing conditions

$$S_H^H + S_H^F = S_F^F + S_F^H = 1$$

$$b_H^H + b_H^F = b_F^F + b_F^H = 0$$

Symétrie des préférences et des chocs de distribution

→ portefeuille d'équilibre symétrique :

$$S_H^H = S_F^F, S_H^F = S_F^H, b_H^H = b_F^F \text{ and } b_H^F = b_F^H$$

- $S = S_i^i$  ;  $b = b_i^i$  ;  $(S, b)$  = un portefeuille
- $S > \frac{1}{2}$  correspond au “equity home bias”
- $b < 0$ : le pays émet des obligations en bien local, et prête en unités de bien étranger

# Description du modèle

- FCP (“Foreign Currency Position”) : c’est l’ensemble des actifs exprimés en bien étranger détenus par un pays, net de ses dettes en bien étranger.
- $FCP = k(1-S) - b$  avec  $k$  : espérance de la part des revenus allant au capital
- Empiriquement, FCP positive dans les pays industrialisés (position longue pour les obligations:  $- b > 0$ ).
- Symmétrie : si un pays est long en monnaie étrangère ( $- b > 0$ ), alors il a une position courte du même montant dans sa propre monnaie.

# Equilibre mondial en marchés complets

*Marchés complets : quand nombre de chocs = nombre de produits disponibles.*

- En marchés complets, les allocations d'équilibre sont Pareto efficientes (Premier Théorème du Bien-être).
- Les allocations Pareto-optimales sont telles que :

$$\max_{\{c_H^H, c_H^F, c_F^H, c_F^F\}} \frac{C_H^{1-\sigma}}{1-\sigma} + \frac{C_F^{1-\sigma}}{1-\sigma} \quad \text{s.c.} \quad \begin{aligned} c_H^H + c_H^F &= y_H \quad [\lambda_H] \\ c_F^F + c_F^H &= y_F \quad [\lambda_F] \end{aligned}$$

# Equilibre mondial en marchés complets

C.P.O :

$$c_H^H = a \Psi_H^{\phi-1} \lambda_H^{-\phi} C_H^{1-\sigma\phi}$$

$$c_F^H = (1-a) \Psi_F^{\phi-1} \lambda_F^{-\phi} C_H^{1-\sigma\phi}$$

$$c_H^F = (1-a) \Psi_H^{\phi-1} \lambda_H^{-\phi} C_F^{1-\sigma\phi}$$

$$c_F^F = a \Psi_F^{\phi-1} \lambda_F^{-\phi} C_F^{1-\sigma\phi}$$

# Equilibre mondial en marchés complets

Dans un équilibre décentralisé :

$$\text{Max } U_i = E_0 [C_i^{1-\sigma} / (1-\sigma)] \quad \text{s.t. } p_i c_i^i + p_j c_j^i = P_i C_i$$

$$c_i^i, c_j^i$$

$$\text{et } P_i = [a(p_i / \psi_i)^{1-\phi} + (1-a)(p_j / \psi_j)^{1-\phi}]^{1/(1-\phi)}$$

$$C_i = [a^{1/\phi} (\psi_i c_i^i)^{(\phi-1)/\phi} + (1-a)^{1/\phi} (\psi_j c_j^i)^{(\phi-1)/\phi}]^{\phi/(\phi-1)}$$

La solution d'équilibre décentralisé est également solution du problème du planificateur central ssi :  $p_H / p_F = \lambda_H / \lambda_F$

# Equilibre mondial en marchés complets

En insérant les CPO dans la contrainte de ressources  $c_i^H + c_i^F = y_i$  on obtient :

$$c_H^H + c_H^F = \Psi_H^{\phi-1} p_H^{-\phi} \left[ a C_H^{1-\sigma\phi} + (1-a) C_F^{1-\sigma\phi} \right] = y_H$$

$$c_F^F + c_F^H = \Psi_F^{\phi-1} p_F^{-\phi} \left[ a C_F^{1-\sigma\phi} + (1-a) C_H^{1-\sigma\phi} \right] = y_F$$

Le ratio de ces deux conditions donne :

$$q^{-\phi} \left( \frac{\Psi_H}{\Psi_F} \right)^{\phi-1} \Omega \left[ \left( \frac{C_F}{C_H} \right)^{1-\sigma\phi} \right] = \frac{y_H}{y_F}$$

$$q^{-\phi} \left( \frac{\Psi_H}{\Psi_F} \right)^{\phi-1} \Omega \left[ \left( \frac{P_H}{P_F} \right)^{\frac{1}{\sigma}-\phi} \right] = \frac{y_H}{y_F}$$

# Equilibre mondial en marchés complets

Contraintes budgétaires à  $t = 1$  :

$$P_H C_H = S k_H p_H y_H + (1 - S) k_F p_F y_F + p_H b - p_F b + (1 - k_H) p_H y_H$$

$$P_F C_F = (1 - S) k_H p_H y_H + S k_F p_F y_F - p_H b + p_F b + (1 - k_F) p_F y_F$$

Log-linéarisation :

- $y = y_H / y_F$  ;  $\psi = \psi_H / \psi_F$  ;  $k = k_H / k_F$
- On log-linéarise autour de l'état stationnaire symétrique avec
- $y = \psi = k = 1$  et  $\hat{x} \equiv \log(x/\bar{x})$
- Avec la log-linéarisation de  $RER_{WB} = P_H / P_F$ , le ratio de production relative  $y_H / y_F$  et la contrainte budgétaire en période 1, on obtient :

$$\widehat{RER}_{WB} = \frac{\widehat{P}_H}{\widehat{P}_F} = (2a - 1) (\hat{q} - \hat{\Psi})$$

# Equilibre mondial en marchés complets

Equations principales :

$$(1) \quad \hat{q} = -\frac{1}{\lambda}\hat{y} + \frac{\lambda-1}{\lambda}\hat{\Psi} \quad \text{where } \lambda \equiv \phi(1 - (2\alpha - 1)^2) + \frac{(2\alpha-1)^2}{\sigma}$$

$$(2) \quad \underbrace{P_H\widehat{C}_H - P_F\widehat{C}_F}_{RER_{WB}} = (1 - \frac{1}{\sigma})(2\alpha - 1)(\hat{q} - \hat{\Psi}) = \bar{k}(2S - 1)(\hat{q} + \hat{k} + \hat{y}) + 2b\hat{q} + (1 - \bar{k})(\hat{q} + \hat{y} - \frac{\bar{k}}{1 - \bar{k}}\hat{k})$$

- ▶ Choc de demande positif → baisse du CPI → baisse de  $RER_{WB}$
- ▶ Choc de demande positif → hausse de  $q \Leftrightarrow \lambda > 1$  i.e.  $\phi > 1$  donc la réaction de  $q$  à un choc de demande dépend de **l'élasticité de substitution entre le deux biens.**
- ▶ Quand  $\sigma > 1$ ,  $\uparrow RER_{WB}$  = appréciation réelle → hausse de la dépense de consommation relative et du revenu.
- ▶  $\uparrow RER_{WB}$  de 1% →  $\uparrow$  dépense de consommation relative de  $(1 - 1/\sigma)$  %

# Equilibre mondial en marchés complets

Le marché financier est complet quand il existe un portefeuille  $(S,b)$  tel que les équations (1) et (2) sont vérifiées pour des réalisations **arbitraires** des chocs relatifs sur  $y$ ,  $\psi$ , et  $k$ .

On remarque que la **corrélation entre les chocs n'influe pas sur le portefeuille d'équilibre**, du moment qu'elle n'est pas parfaite.

On analyse tour à tour **trois combinaisons de chocs** :

1. Chocs d'offre relative et "iPod" (préférences relatives) sur  $y$  et  $\psi$
2. Chocs d'offre relative et redistributifs sur  $y$  et  $k$
3. Chocs "iPod" et redistributifs

L'article montre que **seule la dernière combinaison est capable de reproduire les données empiriques**.

# Equilibre mondial en marchés complets

## 1. Chocs d'offre relative et "iPod"

On prend les équations (1) et (2) et on fixe  $\hat{k} = 0$ . Puis on insère (1) dans (2). On résout pour  $S$  et  $b$  en ne fixant aucune condition sur  $\hat{y}$  et  $\hat{\psi}$ .

Portefeuille d'équilibre :

$$S = 1/2 \left[ 1 - \frac{(2\alpha - 1)(1 - 1/\sigma)}{\bar{k}} - \frac{1 - \bar{k}}{\bar{k}} \right] ; b = 0$$

# Equilibre mondial en marchés complets

## 1. Chocs d'offre relative et "iPod"

→ Foreign equity bias

Conclusion : afin d'obtenir des portefeuilles plus réalistes, on a besoin d'un autre choc pour éliminer les corrélations parfaites :

- entre dividendes relatifs et RER
- entre revenus du travail et du capital

→ les chocs redistributifs

# Equilibre mondial en marchés complets

## 2. Chocs d'offre relative et redistributifs

On fixe  $\widehat{\Psi} = 0$ . Le portefeuille d'équilibre est alors :

$$S = 1; \quad b = \frac{1}{2} [(2\alpha - 1)(1 - 1/\sigma) + \lambda - 1]$$

- “full equity home bias” ( $S=1$ ) qui assure contre les chocs de redistribution.  
 $\uparrow k \rightarrow \uparrow k \text{ p.y}$  and  $\downarrow (1-k) \text{ p.y} \rightarrow$  investit dans le bien domestique.
- L'agent s'assure contre les chocs d'offre en jouant sur son portefeuille d'obligations
- Choc d'offre  $\rightarrow$  mouvement des termes de l'échange  $\rightarrow$  impact sur les rendements des obligations Home et Foreign.

# Equilibre mondial en marchés complets

## 2. Chocs d'offre relative et redistributifs

En partant de la contrainte budgétaire :

- $P_H C_H = S k_H p_H y_H + (1-S) k_F p_F y_F + p_H b - p_F b + (1-k_H) p_H y_H$

On suppose  $S=1$ , alors :

- $P_H C_H = k_H p_H y_H + p_H b - p_F b + (1-k_H) p_H y_H$

En divisant les deux côtés par  $p_F$  on obtient :

- $(P_H / p_F) C_H = q k_H y_H + q b - b + (1-k_H) q y_H$

En réarrangeant les termes :

- $(P_H / p_F) C_H - q y_H = (q - 1) b$   
*net imports*                      *net foreign bond income*

# Equilibre mondial en marchés complets

## 2. Chocs d'offre relative et redistributifs

- $(P_H / p_F)C_H - q y_H = (q - 1) b$   
*net imports*                      *net foreign bond income*
- ▶ Supposons un choc de production positif pour Home :  $\uparrow y_H$  alors  $\downarrow p_H$   
i.e.  $\downarrow q$
- ▶ Cas (a) : quand  $\phi$  est élevé, une faible baisse de  $q$  est associée avec une forte hausse de  $y_H$ , l'effet quantité domine l'effet prix ( $\uparrow q \cdot y_H$ ) et les importations nettes diminuent.
  - $b < 0 \rightarrow$  perte de capital sur le portefeuille d'obligations
- ▶ Cas (b) : au contraire, quand l'élasticité est faible, l'effet quantité est dominé par l'effet prix ( $\downarrow q \cdot y_H$ )  $\rightarrow$  hausse des importations nettes.
  - $b > 0 \rightarrow$  gain de capital sur le portefeuille d'obligations

# Equilibre mondial en marchés complets

## 2. Chocs d'offre relative et redistributifs

$$FCP = k(1-S) - b = -b$$

- Cas (a) :  $FCP < 0$
- Cas (b) :  $FCP > 0$  (conforme aux données empiriques) → faible élasticité de substitution

Conclusion : avec ces seuls chocs, on obtient des résultats réalistes seulement pour une configuration des paramètres non plausible (faible élasticité) → “immiserizing growth effect”

# Equilibre mondial en marchés complets

## 3. Chocs “iPod” et redistributifs

On fixe  $\hat{y} = 0$ . Le portefeuille d'équilibre est alors :

$$S = 1; \quad b = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \frac{(2a - 1)(1 - 1/\sigma)}{\lambda - 1}$$

- L'agent s'assure contre les chocs de redistribution en détenant des actions domestiques ( $S=1$ )
- Il se prémunit contre les chocs de demande à travers sa position en obligations : des gains/pertes extérieurs de capital devraient suivre les changements dans les dépenses de consommation dues aux chocs iPod.

# Equilibre mondial en marchés complets

## 3. Chocs “iPod” et redistributifs

Une hausse de  $\psi$  (choc iPod relatif positif) entraîne une dépréciation du  $RER_{WB}$  car :  $\widehat{RER}_{WB} = (2\alpha - 1) (\hat{q} - \hat{\Psi})$

De plus  $\uparrow\psi \rightarrow$  baisse des dépenses relatives de consommation car :

$$\widehat{P}_H \widehat{C}_H - \widehat{P}_F \widehat{C}_F = (1 - \frac{1}{\sigma}) \underbrace{(2\alpha - 1)}_{RER_{WB}} (\hat{q} - \hat{\Psi}) = \bar{k} (2S - 1) (\hat{q} + \hat{k} + \hat{y}) + 2b\hat{q} + (1 - \bar{k}) (\hat{q} + \hat{y} - \frac{\bar{k}}{1 - \bar{k}} \hat{k})$$

Quand  $\lambda > 1$ ,  $\uparrow\psi \rightarrow \uparrow q$  car :  $\hat{q} = -\frac{1}{\lambda} \hat{y} + \frac{\lambda - 1}{\lambda} \hat{\Psi}$

# Equilibre mondial en marchés complets

## 3. Chocs “iPod” et redistributifs

Avec un choc de demande positif, on peut donc avoir en même temps une baisse du taux de change réel (RER) et une hausse des termes de l'échange ( $q$ ).

Une baisse dans la consommation relative combinée avec une hausse de  $q$  doit alors être associée avec une perte nette extérieure sur le portefeuille d'obligations et donc à une FCP positive.

Ces deux chocs aident à reproduire les observations empiriques :

- “Home bias” en actions
- Position longue en monnaie étrangère ( $FCP > 0$ )

# Equilibre mondial en marchés incomplets

L'hypothèse de marchés complets a des implications irréalistes : le ratio des utilités marginales de consommation Home/Foreign est parfaitement corrélé avec RER, ce qui est rejeté par les données.

Ici, trois types de chocs simultanément.

$$\text{Max}_{\{S_i^i, S_j^i, b_i^i, b_j^i\}} U_i = E_0 [C_i^{1-\sigma} / (1-\sigma)]$$

$$\text{s.c. } p_s S_i^i + p_s S_j^i + b_i^i + b_j^i = p_s \quad (\text{contrainte à } t=0) \quad (1)$$

$$P_i C_i = S_i^i k_i p_i y_i + S_j^i k_j p_j y_j + p_i b_i^i + p_j b_j^i + (1-k_i)p_i y_i \quad (\text{contrainte à } t=1) \quad (2)$$

# Equilibre mondial en marchés incomplets

En remplaçant  $b_i^i$  par son expression dans (1), en insérant dans (2) et en remplaçant  $C_i$  dans la fonction d'utilité par son expression dans (2), on obtient :

$$\text{Max } U_i = E_0 \left\{ 1 / (1 - \sigma) \left[ (1 / P_i) \left( S_i^i k_i p_i y_i + S_i^j k_j p_j y_j + p_i (p_S - p_S S_i^i - p_S S_i^j - b_i^j) + p_j b_i^j + (1 - k_i) p_i y_i \right) \right]^{1 - \sigma} \right\}$$

CPO  $[S_H^H]$  and  $[b_H^H]$  donnent :

- $E_0 [C_H^{-\sigma} / p_H (p_H - p_F)] = 0 = E_0 [m_H (p_H - p_F)]$
- $E_0 [C_H^{-\sigma} / p_H (k_H p_H y_H - p_H p_S)] = 0 = E_0 [m_H (k_H p_H y_H - p_H p_S)]$

# Equilibre mondial en marchés incomplets

$$0 = E_0 [m_i (p_F - p_H)] = E_0 \left[ m_i \left( \frac{k_j p_j y_j}{p_S} - p_H \right) \right] \text{ for } j = \{H, F\},$$

where  $m_i = \frac{U'(C_i)}{P_i}$

$$0 = E_0 \left[ (m_i - m_j) \left( \frac{k_j p_j y_j}{p_S} - p_H \right) \right] \text{ for } j = \{H, F\}$$

$$0 = E_0 [(m_i - m_j) (p_F - p_H)]$$

$$ER = \begin{pmatrix} \frac{k_H p_H y_H}{p_S} - p_H \\ \frac{k_F p_F y_F}{p_S} - p_H \\ p_F - p_H \end{pmatrix}$$

# Equilibre mondial en marchés incomplets

On obtient le portefeuille d'équilibre en deux étapes :

- Pour un portefeuille donné  $(S, b)$ , avec la contrainte de budget, la 2e CPO et les “market clearing conditions”, le problème est résolu pour  $m$  et  $ER$ .
- On calcule la matrice de passage fonction des endogènes  $S$  et  $b$  donnant  $m$  et  $ER$  en fonction des exogènes  $\xi = [y_H, y_F, k_H, k_F, \Psi_H, \Psi_F]'$

$$\widehat{m} = A(S, b)\xi \quad \widehat{ER} = B(S, b)\xi,$$

- On détermine  $S$  et  $b$  pour  $E_0(\widehat{m}\widehat{ER}) = 0$  | i.e.  $B(S, b)\Sigma A(S, b) = 0$ , | where  $\Sigma = E_0[\xi\xi']$
- Le portefeuille d'équilibre dépend de la corrélation entre les trois chocs : on se concentre tout d'abord sur la situation dans laquelle les trois chocs ne sont pas corrélés.

# Equilibre mondial en marchés incomplets

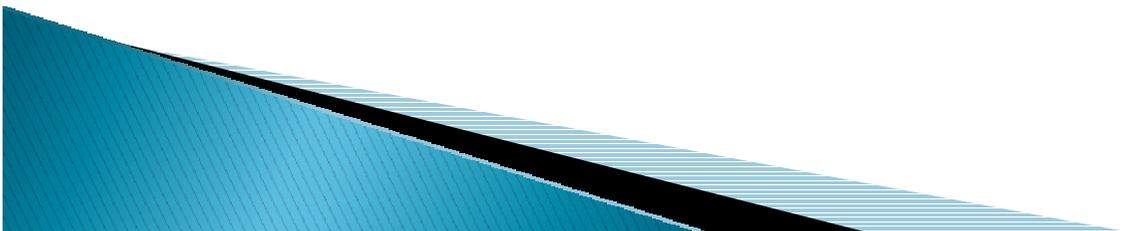
Quand les chocs ne sont pas corrélés, on obtient :

$$S = \frac{1}{2} - \frac{1}{2\bar{k}} \frac{2\alpha(2\alpha - 1)(\phi - 1)(1 - 1/\sigma)\sigma_y^2\sigma_\Psi^2}{2\alpha(\phi - 1)(\lambda - 1)(\sigma_y^2 + \sigma_k^2)\sigma_\Psi^2 + \sigma_y^2\sigma_k^2} + \frac{1}{2\bar{k}} \frac{[2\alpha(\phi - 1)(\lambda - 1)\sigma_\Psi^2 + \sigma_y^2]\sigma_k^2}{2\alpha(\phi - 1)(\lambda - 1)(\sigma_y^2 + \sigma_k^2)\sigma_\Psi^2 + \sigma_y^2\sigma_k^2} - \frac{1 - \bar{k}}{2\bar{k}}$$

S dépend de :

- Motif de diversification dans un monde à un seul bien sans revenu du travail.
- assurance contre le risque de change.
- Les chocs de redistribution (qui génèrent un “equity home bias”).
- “foreign equity bias” dans un monde à un seul bien avec revenu du travail.

Quand l'élasticité = 1, on obtient un “full equity home bias” (S=1).



# Equilibre mondial en marchés incomplets

De plus, on obtient :

$$b = -\bar{k}(1 - S) \frac{\sigma_k^2}{\sigma_\Psi^2} \left[ \frac{\sigma_\Psi^2}{\sigma_y^2} - \frac{1}{2\alpha(\phi - 1)} \right]$$

**b** montre l'importance des chocs de demande et d'offre. Quand l'élasticité  $\phi > 1$ , **b** est négatif (le pays a une position courte en obligations domestiques, longue en obligations étrangères) si le choc de demande est assez grand par rapport au choc d'offre.

Intuition :  $\downarrow \psi$  tel que  $\downarrow q$  (i.e. quand  $\lambda > 1$ )  $\rightarrow \downarrow q.y$  et donc l'agent se prémunit contre le choc en détenant des obligations étrangères (car  $\downarrow (p_H - p_F)$  quand  $\downarrow q$ ).

$$FCP = (1 - S)\bar{k} - b = (1 - S)\bar{k} \left\{ 1 + \frac{\sigma_k^2}{\sigma_\Psi^2} \left[ \frac{\sigma_\Psi^2}{\sigma_y^2} - \frac{1}{2\alpha(\phi - 1)} \right] \right\}$$

FCP est positive quand  $S < 1$  et que le choc d'offre n'est pas trop grand comparé au choc de demande.

# Equilibre mondial en marchés incomplets

## Calibration du modèle à marchés incomplets pour les pays du G7

Les données empiriques de 1972 à 2003 donnent :

- ▶  $k=0,4$
- ▶  $y = \text{std}(y_i) = 1,91\%$  (moyenne des écarts-types)
- ▶  $k = \text{std}(k_i) = 2,34\%$  (idem)
- ▶  $\sigma_y = \text{std}(y) = 1,59\%$  ( $y$  / moyenne géométrique des  $y$  des autres pays)
- ▶  $\sigma_k = \text{std}(k) = 2,39\%$  (idem avec  $k$ )
- ▶  $a = 0,8$  (“home consumption bias”)
- ▶ En suivant la littérature existante, on fixe le coefficient d’aversion pour le risque  $\sigma = 2$ , et on prend plusieurs valeurs pour l’élasticité de substitution :  $\phi = 0.6, 0.9, 1.5, 2$ .

# Equilibre mondial en marchés incomplets

Table 1: Parameter values

substitution elasticity	risk aversion	spending share local goods	mean capital share	std relative output	std relative capital share	std relative iPod shock
$\phi$	$\sigma$	$a$	$\bar{k}$	$\sigma_y$	$\sigma_k$	$\sigma_\psi$
0.6 to 2	2	0.8	0.4	1.59%	2.39%	1 to 2%

$\psi$  est difficile à évaluer. Calibration avec trois valeurs possibles de sa volatilité relative :  $\sigma_\psi = \text{std}(\psi) = 1\%$  (moins volatile que l'output relatif),  $\sigma_\psi = 2\%$  (plus volatile), et  $\sigma_\psi = 0$  (deux chocs seulement, marchés complets).

# Equilibre mondial en marchés incomplets

Table 2: Numerical results

std iPod $\sigma_{\Psi}$	Substitution elasticity $\phi$	Local equity position $S$	Bond position $b$	Foreign currency position $FCP$	Correlation equity returns	$\frac{cov(\widehat{R}_H - \widehat{R}_F, RER)}{var(\widehat{R}_H - \widehat{R}_F)}$	Correlation (Cons., RER)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
0	0.6	1.00	-0.08	0.06	0.67	0.28	-1.00
1%	0.6	0.98	-0.07	0.08	0.66	0.30	-0.79
2%	0.6	0.95	-0.08	0.10	0.62	0.35	-0.53
0	0.9	1.00	0.03	-0.03	0.69	0.10	-1.00
1%	0.9	1.00	0.03	-0.03	0.69	0.11	-0.96
2%	0.9	1.01	0.03	-0.03	0.68	0.13	-0.85
0	1.5	1.00	0.22	-0.22	0.69	-0.02	-1.00
1%	1.5	0.92	0.14	-0.11	0.69	-0.05	-0.60
2%	1.5	0.75	-0.05	0.14	0.69	-0.08	-0.56
0	2	1.00	0.38	-0.38	0.66	-0.05	-1.00
1%	2	0.81	0.10	-0.02	0.67	-0.07	-0.43
2%	2	0.60	-0.21	0.37	0.66	-0.05	-0.53

# Equilibre mondial en marchés incomplets

- ▶ En marchés complets “home equity bias” de 100%, position longue en obligations en bien local si l'élasticité est supérieure à 1 (contraire aux données empiriques).
- ▶ Introduction du choc de demande réduit  $S$  et  $b$ , et on obtient une FCP plausible.
- ▶ Les valeurs de  $S$  obtenues sont cohérentes avec les données du G7. Il en est de même pour la corrélation cross-country des rendements sur les actions (entre 0.62 et 0.69 dans le modèle, 0.63 empiriquement).

# Equilibre mondial en marchés incomplets

- ▶ Empiriquement, “equity home bias” et le ratio de covariance–variance sont proches de zéro, ce qui est le cas ici. 
$$\frac{\text{cov}(\overline{R_H - R_F}, \overline{RER})}{\text{var}(\overline{R_H - R_F})}$$
- ▶ Empiriquement, la corrélation entre consommation et taux de change réel (RER) est proche de zéro. Ici, la corrélation n’est plus parfaite, mais les résultats obtenus sont encore trop élevés.
- ▶ Les résultats sont robustes même avec une élasticité et un coefficient d’aversion pour le risque élevés.
- ▶ Laissés de côté par les auteurs, les résultats pour b ne sont conformes aux données que pour une élasticité élevée et des chocs de demande plus volatiles que l’output, ce qui est difficile à évaluer...

# Equilibre mondial en marchés incomplets

## Chocs corrélés (hypothèse plus réaliste)

Corrélation entre chocs d'offre et de redistribution :

- ▶ Portefeuille d'équilibre obtenu :

$$S = \frac{1}{2} - \frac{1}{2\bar{k}} \frac{2a(2a-1)(\phi-1)(1-1/\sigma)\sigma_{\Psi}^2(\sigma_y^2 + \sigma_{y,k})}{2a(\phi-1)(\lambda-1)(\sigma_y^2 + 2\sigma_{y,k} + \sigma_k^2)\sigma_{\Psi}^2 + \sigma_y^2\sigma_k^2 - \sigma_{y,k}^2}$$

$$+ \frac{1}{2\bar{k}} \frac{2a(\phi-1)(\lambda-1)\sigma_{\Psi}^2(\sigma_k^2 + \sigma_{y,k}) + \sigma_y^2\sigma_k^2 - \sigma_{y,k}^2}{2a(\phi-1)(\lambda-1)(\sigma_y^2 + 2\sigma_{y,k} + \sigma_k^2)\sigma_{\Psi}^2 + \sigma_y^2\sigma_k^2 - \sigma_{y,k}^2} - \frac{1 - \bar{k}}{2\bar{k}}$$

$$b = -\bar{k}(1-S) \frac{\sigma_k^2}{\sigma_{\Psi}^2} \frac{1}{1 + \frac{\sigma_{y,k}}{\sigma_y^2}} \left[ \frac{\sigma_{\Psi}^2}{\sigma_y^2} \left( 1 + \frac{\sigma_{y,k}}{\sigma_k^2} \right) - \frac{1 - \left( \frac{\sigma_{y,k}}{\sigma_y\sigma_k} \right)^2}{2a(\phi-1)} \right]$$

- ▶ On retrouve les mêmes quatre composantes que pour des chocs non corrélés.
- ▶ Avec un choc de redistribution procyclique, les salaires sont plus stables, ce qui réduit l'incitation à détenir des actions domestiques  
 → S plus faible.

# Equilibre mondial en marchés incomplets

Table 3: Numerical results: model variants with correlated shocks

correlation of shocks	Local equity position $S$	Bond position $b$	Foreign currency position $FCP$	Correlation equity returns	$\frac{cov(\widehat{R}_H - \widehat{R}_F, RER)}{var(\widehat{R}_H - \widehat{R}_F)}$	Correlation (Cons., RER)
$\frac{\sigma_{v,h}}{\sigma_v \sigma_h}$ : output/distribution						
0	0.75	-0.05	0.14	0.69	-0.09	-0.56
0.2	0.68	-0.08	0.21	0.68	-0.15	-0.56
0.4	0.59	-0.14	0.31	0.65	-0.20	-0.56
$\frac{\sigma_{v,w}}{\sigma_v \sigma_w}$ : output/iPod						
0	0.75	-0.05	0.14	0.69	-0.09	-0.56
0.2	0.71	-0.05	0.16	0.70	-0.10	-0.47
0.4	0.66	-0.05	0.18	0.70	-0.12	-0.37

- ▶ Les résultats restent cohérents avec les données (FCP positive, ratio cov/var proche de zéro, le reste ne change pas).
- ▶ On observe également que quand les chocs d'offre et de redistribution sont corrélés, S diminue et la FCP est toujours conforme aux observations.
- ▶ Enfin, quand les chocs de demande et de redistribution sont corrélés, les résultats sont toujours robustes.

# Equilibre mondial en marchés incomplets

## Corrélation entre chocs d'offre et de demande :

- ▶ Si chocs de demande = pures chocs de préférences, aucune raison de penser qu'il y a une corrélation.
- ▶ Si le choc de demande représente un changement dans la qualité, corrélation peut être plausible. Ex :  $\uparrow$  productivité  $\rightarrow$   $\uparrow$  quantité et qualité

Portefeuille d'équilibre obtenu :

$$S = 1 - \frac{1}{2\bar{k}} \frac{2a(\phi - 1) (\sigma_{\Psi}^2 \sigma_y^2 - \sigma_{y,\Psi}^2) [(2a - 1) (1 - 1/\sigma) + \lambda - 1]}{2a(\phi - 1)(\lambda - 1) (\sigma_{\Psi}^2 (\sigma_y^2 + \sigma_k^2) - \sigma_{y,\Psi}^2) + \sigma_y^2 \sigma_k^2 - \sigma_k^2 \sigma_{y,\Psi} [\lambda - 1 + 2a(\phi - 1)]}$$

$$b = -\bar{k}(1 - S)\sigma_k^2 \left[ \frac{2a(\phi - 1) (\sigma_{\Psi}^2 + \sigma_{y,\Psi}) - (\sigma_y^2 + \sigma_{y,\Psi})}{2a(\phi - 1) (\sigma_{\Psi}^2 \sigma_y^2 - \sigma_{y,\Psi}^2)} \right]$$

Puisque que le choc de demande est difficile à évaluer, il n'y a pas d'estimation empirique d'une telle corrélation.

# Conclusion

## Critiques et suggestions

- ▶ Le choc de demande  $\psi$  semble *ad hoc*, et n'est pas simple à interpréter.
- ▶ Aussi, la robustesse des résultats se base sur une calibration bien particulière des paramètres (valeur, volatilité...) dont il est délicat de déterminer le réalisme.
- ▶ De plus, dans le modèle  $\uparrow \psi \rightarrow \downarrow$  "welfare based CPI" : effet direct sur les prix. Cependant, les données ne fournissent qu'un CPI empirique, ce qui pose des problèmes de calibration.

## Mieux explorer les liens entre les différents chocs :

- ▶ Relation chocs de productivité/redistribution : introduire la rigidité des prix ?
- ▶ Relation chocs d'offre et de demande ? Cf crise financière aujourd'hui
- ▶ Introduction d'hypothèses concurrence imparfaite