International portfolios with supply, demand and redistributive shocks

N. Coeurdacier, R. Kollmann, P. Martin (2007)

Introduction

Empiriquement, on observe dans les pays industrialisés :

- “Home bias” dans les portefeuilles d’actions.
- Portefeuilles longs en devise(s) étrangère(s) et courts en devise nationale.
- En conséquence, une dépréciation du taux de change réel (RER) d’un pays entraîne un transfert de richesse du reste du monde vers ce pays.

<u>Objectif du papier</u> : expliquer ces trois phénomènes *simultanément*.

Introduction

La plupart des modèles se concentrent uniquement sur des **chocs d'offre** et génèrent des implications **contraires aux données** :

Exemple : choc d'offre négatif ➔ appréciation du taux de change réel

- Lissage de la consommation : hausse des importations nécessaire ➔ achat d'actions étrangères pour financer cette hausse et se prémunir des chocs d'offre.

Implication 1: portefeuille domestique biaisé en faveur des actions étrangères (*Foreign* bias in equity)

Introduction

choc d’offre négatif ➔ appréciation du taux de change réel➔ transfert positif de richesse du reste du monde au pays concerné

<u>Implication 2</u> : une hausse du RER (=appréciation du taux de change réel) génère un gain net en capital sur les actifs étrangers

<u>Problème</u> : Ces résultats sont contraires aux données empiriques.

Introduction

Il est nécessaire d'élargir ces modèles pour se rapprocher des données :

- Chocs **redistributifs** entre travail et capital
- Chocs de **demande** relative
- échange d'**obligations** libellées en termes de biens domestique et étranger
- Introduction de l'hypothèse de marchés **incomplets.**

Introduction

Deux cas sont étudiés :

- Marchés financiers **complets**, avec deux types de chocs (autant que de produits financiers)
- Marchés **incomplets** avec trois types de chocs simultanément.

Principaux apports :

- Premier modèle analysant les choix de portefeuille en marchés incomplets
- Les trois chocs simultanés génèrent des choix réalistes au regard des données empiriques.

Intuition

- Avec un choc de redistribution en faveur du capital, on peut générer un biais en faveur des **actions** domestiques

Sachant le *equity home bias* :

- Avec un choc négatif de demande, on peut générer des portefeuilles d'**obligations** courts en devise nationale et longs en devises étrangères (via la dégradation des termes de l'échanges)

Littérature

La littérature a rencontré quatre problèmes :

1. Introduire l'hétérogénéité des investisseurs nécessaire pour justifier le equity home bias

<u>Solution proposée</u> : hypothèse de home bias de la consommation.

2. Souvent une implication irréaliste des modèles avec home bias dans la consommation : la **corrélation entre termes de l'échange et rendements relatifs des actions** quasi parfaite – Cf Obstfeld (2006)

<u>Solution proposée</u> : introduction d'obligations et de nouveaux chocs.

Littérature

3. Souvent **corrélation négative entre salaires et revenus du capital** dans la littérature.
   Solution proposée : l'existence d'obligations déconnecte partiellement ces deux variables.

4. La littérature en se fondant sur l'hypothèse de marchés complets génère une **corrélation parfaite entre consommation relative et taux de change réel.**
   Solution proposée : augmenter le nombre de chocs potentiels.

Description du modèle

- Modèle d'équilibre général ; deux pays symétriques et deux biens.
- Pas de barrières à l'échange sur les marchés financiers
- "Home bias" vis-à-vis de la consommation de biens.
- Trois types de chocs exogènes :
  - offre (choc sur y)
  - redistribution entre capital et travail.
  - demande relative pour le bien domestique par rapport au bien étranger : "iPod shock"

Description du modèle

Interprétation du « iPod shock »

- changement dans les préférences
- Changement dans la qualité / nombre de variétés

<u>Marché des biens : production</u>

- y_i : production exogène
- A $t=0$, $y=0$
- A $t=1$, "Home" reçoit y_H
  "Foreign" reçoit y_F
- $E_0(y_i) = 1$

Description du modèle

Marché des biens : préférences

- $$U_i = E_0 \left[\frac{C_i^{1-\sigma}}{1-\sigma} \right]$$

- C_i = index de consommation agrégée à t=1

- $\sigma > 1$: coefficient d'aversion relative au risque

Description du modèle

<u>Marché des biens : préférences</u>

$$C_H = \left[a^{1/\phi}\left(\Psi_H c_H^H\right)^{(\phi-1)/\phi} + (1-a)^{1/\phi}\left(\Psi_F c_F^H\right)^{(\phi-1)/\phi}\right]^{\phi/(\phi-1)}$$

$$C_F = \left[a^{1/\phi}\left(\Psi_F c_F^F\right)^{(\phi-1)/\phi} + (1-a)^{1/\phi}\left(\Psi_H c_H^F\right)^{(\phi-1)/\phi}\right]^{\phi/(\phi-1)}$$

- c^i_j : consommation de bien produit par j du pays i
- ϕ : élasticité de substitution entre les deux biens
- ψ_i : choc exogène sur les préférences relatives pour le bien du pays i (“iPod shock”) ; $E_0(\psi_i) = 1$
- a représente la préférence pour le bien local (“home bias” de la consommation), car 0.5<a<1

Description du modèle

Marché des biens : prix

"Welfare based Consumer Price Index" (CPI)

$$P_H = \left[a\left(p_H/\Psi_H\right)^{1-\phi} + (1-a)\left(p_F/\Psi_F\right)^{1-\phi}\right]^{1/(1-\phi)}$$

$$P_F = \left[(1-a)\left(p_H/\Psi_H\right)^{1-\phi} + a\left(p_F/\Psi_F\right)^{1-\phi}\right]^{1/(1-\phi)} ;$$

- p_H : prix du bien produit par "Home"
- p_F : prix du bien produit par "Foreign"
- $q = p_H / p_F$: termes de l'échange de Home

Remarque : "Welfare based CPI" peut être différent du CPI empirique.

Description du modèle

<u>Marché des biens : prix</u>

Contraintes de ressources

à t=1 :

$$\begin{aligned} c_H^H + c_H^F &= y_H \\ c_F^F + c_F^H &= y_F. \end{aligned}$$

Description du modèle

<u>Marchés financiers</u>

Il y a des échanges à $t=0$

Deux marchés :

- Marché des actions
- Marché des obligations

Description du modèle

<u>Marchés financiers : marché des actions</u>

- Une action = une part dans la production future (y)
- S^i_j : nombre d'actions j détenu par i et :
  $\sum_j S^i_j = 1 = E_0(y_j)$
- k_i : part exogène de y_i allant aux actionnaires, d'où dividendes= $k_i p_i y_i$
- $(1- k_i)p_i.y_i$: revenus de travail du pays i
- p_s : prix d'une action (identique dans les deux pays à cause de la symmétrie)

Description du modèle

<u>Marchés financiers : marché des obligations</u>

- 2 obligations dénominées en bien Home et en bien Foreign
- b^i_j : quantité détenue par i donnant lieu à paiement futur en bien j.
- Acheter une obligation Home (Foreign) à t =0 donne droit à une unité de bien Home (Foreign) à t=1
- Offre nette d'obligations nulle
- à t=0, l'agent représentatif de chaque pays détient l'entreprise locale et n'a pas de produits financiers étrangers :

$$p_S S^i_i + p_S S^i_j + b^i_i + b^i_j = p_S, \quad \text{with} \quad j \neq i$$

Description du modèle

<u>Marchés financiers : market clearing conditions</u>

$$S_H^H + S_H^F = S_F^F + S_F^H = 1$$

$$b_H^H + b_H^F = b_F^F + b_F^H = 0$$

Symmétrie des préférences et des chocs de distribution

➔ portefeuille d'équilibre symmétrique :

$$S_H^H = S_F^F,\ S_F^H = S_H^F,\ b_H^H = b_F^F \text{ and } b_F^H = b_H^F$$

- $S = S^i_i$; $b = b^i_i$; (S,b) = un portefeuille
- S > ½ correspond au "equity home bias"
- b<0: le pays émet des obligations en bien local, et prête en unités de bien étranger

Description du modèle

- FCP ("Foreign Currency Position") : c'est l'ensemble des actifs exprimés en bien étranger détenus par un pays, net de ses dettes en bien étranger.
- FCP = k(1−S) – b avec k : espérance de la part des revenus allant au capital
- Empiriquement, FCP positive dans les pays industrialisés (position longue pour les obligations: – b> 0).
- Symmétrie : si un pays est long en monnaie étrangère (– b> 0), alors il a une position courte du même montant dans sa propre monnaie.

Equilibre mondial en marchés complets

Marchés complets : quand nombre de chocs = nombre de produits disponibles.

- En marchés complets, les allocations d'équilibre sont Pareto efficientes (Premier Théorème du Bien-être).
- Les allocations Pareto-optimales sont telles que :

$$\max_{\{c_H^H,\, c_H^F,\, c_F^H,\, c_F^F\}} \frac{C_H^{1-\sigma}}{1-\sigma} + \frac{C_F^{1-\sigma}}{1-\sigma} \quad \text{s.c.} \quad \begin{aligned} c_H^H + c_H^F &= y_H \quad [\lambda_H] \\ c_F^F + c_F^H &= y_F . \quad [\lambda_F] \end{aligned}$$

Equilibre mondial en marchés complets

C.P.O :

$$c_H^H = a\Psi_H^{\phi-1}\lambda_H^{-\phi}C_H^{1-\sigma\phi}$$

$$c_F^H = (1-a)\,\Psi_F^{\phi-1}\lambda_F^{-\phi}C_H^{1-\sigma\phi}$$

$$c_H^F = (1-a)\,\Psi_H^{\phi-1}\lambda_H^{-\phi}C_F^{1-\sigma\phi}$$

$$c_F^F = a\Psi_F^{\phi-1}\lambda_F^{-\phi}C_F^{1-\sigma\phi}$$

Equilibre mondial en marchés complets

Dans un équilibre décentralisé :

$$\underset{c^i_i,\, c^i_j}{\text{Max}} \quad U_i = E_0 \left[C_i^{\,1-\sigma} / (1-\sigma)\right] \quad \text{s.t. } p_i\, c^i_i + p_j\, c^i_j = P_i\, C_i$$

$$\text{et } P_i = \left[a(p_i / \psi_i)^{1-\phi} + (1-a)(p_j / \psi_j)^{1-\phi}\right]^{1/(1-\phi)}$$

$$C_i = \left[a^{1/\phi} (\psi_i\, c^i_i)^{(\phi-1)/\phi} + (1-a)^{1/\phi} (\psi_j\, c^i_j)^{(\phi-1)/\phi}\right]^{\phi/(\phi-1)}$$

La solution d'équilibre décentralisé est également solution du problème du planificateur central ssi : $p_H / p_F = \lambda_H / \lambda_F$

Equilibre mondial en marchés complets

En insérant les CPO dans la contrainte de ressources

$c^i_i + c^j_i = y_i$ on obtient :

$$\begin{aligned} c_H^H + c_H^F &= \Psi_H^{\phi-1} p_H^{-\phi} \left[a C_H^{1-\sigma\phi} + (1-a) C_F^{1-\sigma\phi} \right] = y_H \\ c_F^F + c_F^H &= \Psi_F^{\phi-1} p_F^{-\phi} \left[a C_F^{1-\sigma\phi} + (1-a) C_H^{1-\sigma\phi} \right] = y_F \end{aligned}$$

Le ratio de ces deux conditions donne :

$$q^{-\phi} \left(\frac{\Psi_H}{\Psi_F} \right)^{\phi-1} \Omega \left[\left(\frac{C_F}{C_H} \right)^{1-\sigma\phi} \right] = \frac{y_H}{y_F}$$

$$q^{-\phi} \left(\frac{\Psi_H}{\Psi_F} \right)^{\phi-1} \Omega \left[\left(\frac{P_H}{P_F} \right)^{\frac{1}{\sigma}-\phi} \right] = \frac{y_H}{y_F}$$

Equilibre mondial en marchés complets

Contraintes budgétaires à t =1 :

$$P_H C_H = S k_H p_H y_H + (1-S) k_F p_F y_F + p_H b - p_F b + (1-k_H) p_H y_H$$

$$P_F C_F = (1-S) k_H p_H y_H + S k_F p_F y_F - p_H b + p_F b + (1-k_F) p_F y_F$$

Log-linéarisation :

- $y = y_H / y_F$; $\psi = \psi_H / \psi_F$; $k = k_H / k_F$
- On log-linéarise autour de l'état stationnaire symétrique avec
- $y = \psi = k = 1$ et $\widehat{x} \equiv log(x/\bar{x})$
- Avec la log-linéarisation de $RER_{WB} = P_H / P_F$, le ratio de production relative y_H / y_F et la contrainte budgétaire en période 1, on obtient :

$$\widehat{RER}_{WB} = \widehat{\frac{P_H}{P_F}} = (2a-1)\left(\widehat{q} - \widehat{\Psi}\right)$$

Equilibre mondial en marchés complets

Equations principales :

(1) $$\widehat{q} = -\frac{1}{\lambda}\widehat{y} + \frac{\lambda - 1}{\lambda}\widehat{\Psi} \quad \text{where } \lambda \equiv \phi(1-(2a-1)^2) + \frac{(2a-1)^2}{\sigma}$$

(2) $$\widehat{P_H C_H} - \widehat{P_F C_F} = (1 - \frac{1}{\sigma})\underbrace{(2a-1)\left(\widehat{q} - \widehat{\Psi}\right)}_{RER_{WB}} = \bar{k}\,(2S-1)\,(\widehat{q} + \widehat{k} + \widehat{y}) + 2b\widehat{q} + (1-\bar{k})(\widehat{q} + \widehat{y} - \frac{\bar{k}}{1-\bar{k}}\widehat{k})$$

- Choc de demande positif ➔ baisse du CPI ➔baisse de RER_{WB}
- Choc de demande positif ➔ hausse de q ⇔ $\lambda > 1$ i.e. $\phi > 1$ donc la réaction de q à un choc de demande dépend de **l'élasticité de substitution entre le deux biens.**
- Quand $\sigma > 1$, ↑ RER_{WB} = appréciation réelle➔ hausse de la dépense de consommation relative et du revenu.
- ↑ RER_{WB} de 1% ➔ ↑ dépense de consommation relative de $(1-1/\sigma)$ %

Equilibre mondial en marchés complets

Le marché financier est complet quand il existe un portefeuille (S,b) tel que les équations (1) et (2) sont vérifiées pour des réalisations **arbitraires** des chocs relatifs sur y, ψ, et k.

On remarque que la **corrélation entre les chocs n'influe pas sur le portefeuille d'équilibre**, du moment qu'elle n'est pas parfaite.

On analyse tour à tour **trois combinaisons de chocs** :

1. Chocs d'offre relative et "iPod" (préférences relatives) sur y et ψ
2. Chocs d'offre relative et redistributifs sur y et k
3. Chocs "iPod" et redistributifs

L'article montre que **seule la dernière combinaison est capable de reproduire les données empiriques.**

Equilibre mondial en marchés complets

1. Chocs d'offre relative et "iPod"

On prend les équations (1) et (2) et on fixe $\widehat{k} = 0$. Puis on insère (1) dans (2). On résout pour S et b en ne fixant aucune condition sur $\widehat{y}$ et $\widehat{\Psi}$.

Portefeuille d'équilibre :

$$S = 1/2\left[1 - \frac{(2a-1)}{\bar{k}}\frac{(1-1/\sigma)}{\lambda - 1} - \frac{1-\bar{k}}{\bar{k}}\right] \;;\; b = 0$$

Equilibre mondial en marchés complets

1. Chocs d'offre relative et "iPod"

➔Foreign equity bias

Conclusion : afin d'obtenir des portefeuilles plus réalistes, on a besoin d'un autre choc pour éliminer les corrélations parfaites :

- entre dividendes relatifs et RER
- entre revenus du travail et du capital

➔ les chocs redistributifs

Equilibre mondial en marchés complets

2. Chocs d'offre relative et redistributifs

On fixe $\widehat{\Psi}$ =0. Le portefeuille d'équilibre est alors :

$$S = 1; \quad b = \frac{1}{2}\left[(2a-1)(1-1/\sigma)+\lambda-1\right]$$

- "full equity home bias" (S=1) qui assure contre les chocs de redistribution.

  ↑k ➔ ↑ k p.y and ↓(1− k)p.y ➔ investit dans le bien domestique.
- L'agent s'assure contre les chocs d'offre en jouant sur son portefeuille d'obligations
- Choc d'offre ➔ mouvement des termes de l'échange ➔ impact sur les rendements des obligations Home et Foreign.

Equilibre mondial en marchés complets

2. Chocs d'offre relative et redistributifs

En partant de la contrainte budgétaire :

- $P_H C_H = Sk_H\ p_H\ y_H + (1-S)k_F\, p_F\, y_F + p_H\, b - p_F\ b + (1-k_H)p_H\ y_H$

On suppose S=1, alors :

- $P_H C_H = k_H\ p_H\ y_H + p_H\, b - p_F\ b + (1-k_H)p_H\ y_H$

En divisant les deux côtés par p_F on obtient :

- $(P_H\ /\ p_F)C_H = q\ k_H\ y_H + q\, b - b + (1-k_H)\ q\ y_H$

En réarrangeant les termes :

- $(P_H\ /\ p_F)C_H - \mathbf{q\ y_H} = (q-1)\ b$

  net imports *net foreign bond income*

Equilibre mondial en marchés complets

2. Chocs d'offre relative et redistributifs

- $(P_H / p_F) C_H$ – $\mathbf{q\ y_H}$ = $(q - 1)\ b$
  net imports *net foreign bond income*

- Supposons un choc de production positif pour Home : ↑ y_H alors ↓ p_H i.e. ↓ q
- Cas (a) : quand ϕ est élevé, une faible baisse de q est associée avec une forte hausse de y_H, l'effet quantité domine l'effet prix (↑$q.y_H$) et les importations nettes diminuent.

  $-b < 0$ ➔ perte de capital sur le portefeuille d'obligations

  Cas (b) : au contraire, quand l'élasticité est faible, l'effet quantité est dominé par l'effet prix (↓ $q.y_H$) ➔hausse des importations nettes.

  $-b > 0$ ➔ gain de capital sur le portefeuille d'obligations

Equilibre mondial en marchés complets

2. Chocs d'offre relative et redistributifs

FCP = k(1−S) −b = −b

- Cas (a) : FCP < 0
- Cas (b) : FCP > 0 (conforme aux données empiriques)➔ faible élasticité de substitution

Conclusion : avec ces seuls chocs, on obtient des résultats réalistes seulement pour une configuration des paramètres non plausible (faible élasticité) ➔ "immiserizing growth effect"

Equilibre mondial en marchés complets

3. Chocs "iPod" et redistributifs

On fixe $\hat{y}$ =0. Le portefeuille d'équilibre est alors :

$$S = 1; \;\; b = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\frac{(2a-1)(1-1/\sigma)}{\lambda - 1}$$

– L'agent s'assure contre les chocs de redistribution en détenant des actions domestiques (S=1)
– Il se prémunit contre les chocs de demande à travers sa position en obligations : des gains/pertes extérieurs de capital devraient suivre les changements dans les dépenses de consommation dues aux chocs iPod.

Equilibre mondial en marchés complets

3. Chocs "iPod" et redistributifs

Une hausse de ψ (choc iPod relatif positif) entraîne une **dépréciation du RER$_{WB}$** car : $\widehat{RER}_{WB} = (2a-1)\left(\widehat{q} - \widehat{\Psi}\right)$

De plus $\uparrow\psi$ ➔ baisse des dépenses relatives de consommation car :

$$\widehat{P_H C_H} - \widehat{P_F C_F} = (1-\frac{1}{\sigma})\underbrace{(2a-1)\left(\widehat{q} - \widehat{\Psi}\right)}_{RER_{WB}} = \bar{k}\,(2S-1)\,(\widehat{q} + \widehat{k} + \widehat{y}) + 2b\widehat{q} + (1-\bar{k})(\widehat{q} + \widehat{y} - \frac{\bar{k}}{1-\bar{k}}\widehat{k})$$

Quand $\lambda>1$, $\uparrow\psi$ ➔ $\uparrow$**q** car : $\widehat{q} = -\frac{1}{\lambda}\widehat{y} + \frac{\lambda-1}{\lambda}\widehat{\Psi}$

Equilibre mondial en marchés complets

3. Chocs "iPod" et redistributifs

Avec un choc de demande positif, on peut donc avoir en même temps une **baisse du taux de change réel (RER) et une hausse des termes de l'échange (q).**

Une baisse dans le consommation relative combinée avec une hausse de q doit alors être associée avec une perte nette extérieure sur le portefeuille d'obligations et donc à une **FCP positive.**

Ces deux chocs aident à reproduire les observations empiriques :

- "Home bias" en actions
- Position longue en monnaie étrangère (FCP>0)

Equilibre mondial en marchés incomplets

L'hypothèse de marchés complets a des implications irréalistes : le ratio des utilités marginales de consommation Home/Foreign est parfaitement corrélé avec RER, ce qui est rejeté par les données.

Ici, trois types de chocs simultanément.

$$\max_{\{S^i_i\,,\, S^i_j\,,\, b^i_i\,,\, b^i_j\}} \quad U_i = E_0 \left[C_i^{\,1-\sigma} / (1-\sigma)\right]$$

s.c. $p_S S^i_i + p_S S^i_j + b^i_i + b^i_j = p_S$ (contrainte à t=0) (1)

$P_i C_i = S^i_i k_i p_i y_i + S^i_j k_j p_j y_j + p_i b^i_i + p_j b^i_j + (1-k_i) p_i y_i$

(contrainte à t=1) (2)

Equilibre mondial en marchés incomplets

En remplaçant b^i_i par son expression dans (1), en insérant dans (2) et en remplaçant C_i dans la fonction d'utilité par son expression dans (2), on obtient :

Max $U_i = E_0 \{1/(1-\sigma) [(1/P_i) (S^i_i k_i p_i y_i + S^i_j k_j p_j y_j + p_i (p_S - p_S S^i_i - p_S S^i_j - b^i_j) + p_j b^i_j + (1-k_i)p_i y_i]^{1-\sigma}]$

CPO $[S^H_H]$ and $[b^H_H]$ donnent :

- $E_0 [C_H^{-\sigma} / p_H (p_H - p_F)] = 0 = E_0 [m_H (p_H - p_F)]$
- $E_0 [C_H^{-\sigma} / p_H (k_H p_H y_H - p_H p_S)] = 0 = E_0 [m_H (k_H p_H y_H - p_H p_S)]$

Equilibre mondial en marchés incomplets

$$0 = E_0\left[m_i\left(p_F - p_H\right)\right] = E_0\left[m_i\left(\frac{k_j p_j y_j}{p_S} - p_H\right)\right] \text{ for } j = \{H, F\},$$

where $m_i = \frac{U'(C_i)}{P_i}$

$$\begin{aligned} 0 &= E_0\left[\left(m_i - m_j\right)\left(\frac{k_j p_j y_j}{p_S} - p_H\right)\right] \text{ for } j = \{H, F\} \\ 0 &= E_0\left[\left(m_i - m_j\right)\left(p_F - p_H\right)\right] \end{aligned}$$

$$ER = \begin{pmatrix} \frac{k_H p_H y_H}{p_S} - p_H \\ \frac{k_F p_F y_F}{p_S} - p_H \\ p_F - p_H \end{pmatrix}$$

Equilibre mondial en marchés incomplets

On obtient le portefeuille d'équilibre en deux étapes :

- Pour un portefeuille donné (S,b), avec la contrainte de budget, la 2e CPO et les "market clearing conditions", le problème est résolu pour m et ER.
- On calcule la matrice de passage fonction des endogènes S et b **donnant m et ER en fonction des exogènes** $\xi = [y_H, y_F, k_H, k_F, \Psi_H, \Psi_F]'$

$$\hat{m} = A(S,b)\xi \qquad \widehat{ER} = B(S,b)\xi,$$

- **On détermine S et b pour** $E_o(\hat{m}\widehat{ER}) = 0$ **i.e.** $B(S,b)\Sigma A(S,b) = 0,$ where $\Sigma = E_0\left[\xi\xi'\right]$
- Le portefeuille d'équilibre dépend de la corrélation entre les trois chocs : on se concentre tout d'abord sur la situation dans laquelle les trois chocs ne sont **pas corrélés**.

Equilibre mondial en marchés incomplets

Quand les chocs ne sont pas corrélés, on obtient :

$$
\begin{aligned}
S &= \frac{1}{2} - \frac{1}{2\bar{k}} \frac{2a\,(2a-1)\,(\phi-1)(1-1/\sigma)\sigma_y^2\sigma_\Psi^2}{2a(\phi-1)(\lambda-1)\left(\sigma_y^2+\sigma_k^2\right)\sigma_\Psi^2+\sigma_y^2\sigma_k^2} \\
&+ \frac{1}{2\bar{k}} \frac{\left[2a(\phi-1)(\lambda-1)\sigma_\Psi^2+\sigma_y^2\right]\sigma_k^2}{2a(\phi-1)(\lambda-1)\left(\sigma_y^2+\sigma_k^2\right)\sigma_\Psi^2+\sigma_y^2\sigma_k^2} - \frac{1-\bar{k}}{2\bar{k}}
\end{aligned}
$$

S dépend de :

- Motif de diversification dans un monde à un seul bien sans revenu du travail.
- assurance contre le risque de change.
- Les chocs de redistribution (qui génèrent un “equity home bias”).
- “foreign equity bias” dans un monde à un seul bien avec revenu du travail.

Quand l’élasticité =1, on obtient un “full equity home bias” (S=1).

Equilibre mondial en marchés incomplets

De plus, on obtient :

$$b = -\bar{k}(1-S)\frac{\sigma_k^2}{\sigma_\Psi^2}\left[\frac{\sigma_\Psi^2}{\sigma_y^2} - \frac{1}{2a(\phi-1)}\right]$$

b montre l'importance des chocs de demande et d'offre. Quand l'élasticité >1, b est négatif (le pays a une position courte en obligations domestiques, longue en obligations étrangères) si le choc de demande est assez grand par rapport au choc d'offre.

Intuition : $\downarrow \psi$ tel que $\downarrow$ q (i.e. quand $\lambda>1$) ➔ $\downarrow$ q.y et donc l'agent se prémunit contre le choc en détenant des obligations étrangères (car $\downarrow$ $(p_H - p_F)$ quand $\downarrow$ q).

$$FCP = (1-S)\,\bar{k} - b = (1-S)\bar{k}\left\{1 + \frac{\sigma_k^2}{\sigma_\Psi^2}\left[\frac{\sigma_\Psi^2}{\sigma_y^2} - \frac{1}{2a(\phi-1)}\right]\right\}$$

FCP est positive quand $S<1$ et que le choc d'offre n'est pas trop grand comparé au choc de demande.

Equilibre mondial en marchés incomplets

<u>Calibration du modèle à marchés incomplets pour les pays du G7</u>

Les données empiriques de 1972 à 2003 donnent :

- $\mathbf{k}$=0,4
- y = std(y_i) = 1,91% (moyenne des écarts-types)
- k = std (k_i) = 2,34% (idem)
- σ_y = std ($\mathbf{y}$) = 1,59% (y / moyenne géométrique des y des autres pays)
- σ_k = std ($\mathbf{k}$) = 2,39% (idem avec k)
- a = 0,8 (“home consumption bias”)
- En suivant la littérature existante, on fixe le coefficient d’aversion pour le risque $\sigma = 2$, et on prend plusieurs valeurs pour l’élasticité de substitution : ϕ = 0.6, 0.9, 1.5, 2.

Equilibre mondial en marchés incomplets

Table 1: Parameter values

substitution elasticity	risk aversion	spending share local goods	mean capital share	std relative output	std relative capital share	std relative iPod shock
ϕ	σ	a	$\bar{k}$	σ_y	σ_k	σ_Ψ
0.6 to 2	2	0.8	0.4	1.59%	2.39%	1 to 2%

ψ est difficile à évaluer. Calibration avec trois valeurs possibles de sa volatilité relative : σ_ψ = std(ψ) = 1% moins volatile que l'output relatif), σ_ψ=2% (plus volatile), et σ_ψ=0 (deux chocs seulement, marchés complets).

Equilibre mondial en marchés incomplets

Table 2: Numerical results

std iPod σ_Ψ	Substitution elasticity ϕ	Local equity position S	Bond position b	Foreign currency position FCP	Correlation equity returns	$\frac{cov(\widetilde{R_H}-\widetilde{R_F},RER)}{var(\widetilde{R_H}-\widetilde{R_F})}$	Correlation (Cons.,RER)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
0	0.6	1.00	−0.08	0.06	0.67	0.28	−1.00
1%	0.6	0.98	−0.07	0.08	0.66	0.30	−0.79
2%	0.6	0.95	−0.08	0.10	0.62	0.35	−0.53
0	0.9	1.00	0.03	−0.03	0.69	0.10	−1.00
1%	0.9	1.00	0.03	−0.03	0.69	0.11	−0.96
2%	0.9	1.01	0.03	−0.03	0.68	0.13	−0.85
0	1.5	1.00	0.22	−0.22	0.69	−0.02	−1.00
1%	1.5	0.92	0.14	−0.11	0.69	−0.05	−0.60
2%	1.5	0.75	−0.05	0.14	0.69	−0.08	−0.56
0	2	1.00	0.38	−0.38	0.66	−0.05	−1.00
1%	2	0.81	0.10	−0.02	0.67	−0.07	−0.43
2%	2	0.60	−0.21	0.37	0.66	−0.05	−0.53

Equilibre mondial en marchés incomplets

- En marchés complets “home equity bias” de 100%, position longue en obligations en bien local si l’élasticité est supérieure à 1 (contraire aux données empiriques).

- Introduction du choc de demande réduit S et b, et on obtient une FCP plausible.

- Les valeurs de S obtenues sont cohérentes avec les données du G7. Il en est de même pour la corrélation cross-country des rendements sur les actions (entre 0.62 et 0.69 dans le modèle, 0.63 empiriquement).

Equilibre mondial en marchés incomplets

- Empiriquement, “equity home bias” et le ratio de covariance-variance sont proches de zéro, ce qui est le cas ici. $\frac{cov(\widetilde{R_H - R_F}, \widetilde{RER})}{var(\widetilde{R_H - R_F})}$

- Empiriquement, la corrélation entre consommation et taux de change réel (RER) est proche de zéro. Ici, la corrélation n’est plus parfaite, mais les résultats obtenus sont encore trop élevés.

- Les résultats sont robustes même avec une élasticité et un coefficient d’aversion pour le risque élevés.

- Laissés de côté par les auteurs, les résultats pour b ne sont conformes aux données que pour une élasticité élevée et des chocs de demande plus volatiles que l’output, ce qui est difficile à évaluer…

Equilibre mondial en marchés incomplets

<u>Chocs corrélés</u> (hypothèse plus réaliste)

Corrélation entre chocs d'offre et de redistribution :

- Portefeuille d'équilibre obtenu :

$$
\begin{aligned}
S &= \frac{1}{2} - \frac{1}{2\bar{k}} \frac{2a\,(2a-1)\,(\phi-1)(1-1/\sigma)\sigma_\Psi^2\left(\sigma_y^2+\sigma_{y,k}\right)}{2a(\phi-1)(\lambda-1)\left(\sigma_y^2+2\sigma_{y,k}+\sigma_k^2\right)\sigma_\Psi^2+\sigma_y^2\sigma_k^2-\sigma_{y,k}^2} \\
&\quad + \frac{1}{2\bar{k}} \frac{2a(\phi-1)(\lambda-1)\sigma_\Psi^2\left(\sigma_k^2+\sigma_{y,k}\right)+\sigma_y^2\sigma_k^2-\sigma_{y,k}^2}{2a(\phi-1)(\lambda-1)\left(\sigma_y^2+2\sigma_{y,k}+\sigma_k^2\right)\sigma_\Psi^2+\sigma_y^2\sigma_k^2-\sigma_{y,k}^2} - \frac{1-\bar{k}}{2\bar{k}} \\
b &= -\bar{k}(1-S)\frac{\sigma_k^2}{\sigma_\Psi^2}\frac{1}{1+\frac{\sigma_{y,k}}{\sigma_y^2}}\left[\frac{\sigma_\Psi^2}{\sigma_y^2}\left(1+\frac{\sigma_{y,k}}{\sigma_k^2}\right) - \frac{1-\left(\frac{\sigma_{y,k}}{\sigma_y\sigma_k}\right)^2}{2a(\phi-1)}\right]
\end{aligned}
$$

- On retrouve les mêmes quatre composantes que pour des chocs non corrélés.
- Avec un choc de redistribution procyclique, les salaires sont plus stables, ce qui réduit l'incitation à détenir des actions domestiques ➔ S plus faible.

Equilibre mondial en marchés incomplets

Table 3: Numerical results: model variants with correlated shocks

correlation of shocks	Local equity position S	Bond position b	Foreign currency position FCP	Correlation equity returns	$\frac{cov(\widehat{R_H - R_F}, \widehat{RER})}{var(\widehat{R_H - R_F})}$	Correlation (Cons.,RER)
$\frac{\sigma_{y,k}}{\sigma_y \sigma_k}$: $output/distribution$						
0	0.75	-0.05	0.14	0.69	-0.09	-0.56
0.2	0.68	-0.08	0.21	0.68	-0.15	-0.56
0.4	0.59	-0.14	0.31	0.65	-0.20	-0.56
$\frac{\sigma_{y,\Psi}}{\sigma_y \sigma_\Psi}$: $output/iPod$						
0	0.75	-0.05	0.14	0.69	-0.09	-0.56
0.2	0.71	-0.05	0.16	0.70	-0.10	-0.47
0.4	0.66	-0.05	0.18	0.70	-0.12	-0.37

- Les résultats restent cohérents avec les données (FCP positive, ratio cov/var proche de zéro, le reste ne change pas).
- On observe également que quand les chocs d'offre et de redistribution sont corrélés, S diminue et la FCP est toujours conforme aux observations.
- Enfin, quand les chocs de demande et de redistribution sont corrélés, les résultats sont toujours robustes.

Equilibre mondial en marchés incomplets

<u>Corrélation entre chocs d'offre et de demande</u> :

- Si chocs de demande = pures chocs de préférences, aucune raison de penser qu'il y a une corrélation.
- Si le choc de demande représente un changement dans la qualité, corrélation peut être plausible. Ex : ↑ productivité ➔ ↑ quantité et qualité

Portefeuille d'équilibre obtenu :

$$S = 1 - \frac{1}{2\bar{k}} \frac{2a(\phi-1)\left(\sigma_\Psi^2\sigma_y^2 - \sigma_{y,\Psi}^2\right)\left[(2a-1)(1-1/\sigma)+\lambda-1\right]}{2a(\phi-1)(\lambda-1)\left(\sigma_\Psi^2\left(\sigma_y^2+\sigma_k^2\right)-\sigma_{y,\Psi}^2\right)+\sigma_y^2\sigma_k^2-\sigma_k^2\sigma_{y,\Psi}\left[\lambda-1+2a(\phi-1)\right]}$$

$$b = -\bar{k}(1-S)\sigma_k^2\left[\frac{2a(\phi-1)\left(\sigma_\Psi^2+\sigma_{y,\Psi}\right)-\left(\sigma_y^2+\sigma_{y,\Psi}\right)}{2a(\phi-1)\left(\sigma_\Psi^2\sigma_y^2-\sigma_{y,\Psi}^2\right)}\right]$$

Puisque que le choc de demande est difficile à évaluer, il n'y a pas d'estimation empirique d'une telle corrélation.

Conclusion

Critiques et suggestions

- Le choc de demande ψ semble *ad hoc*, et n'est pas simple à interpréter.
- Aussi, la robustesse des résultats se base sur une calibration bien particulière des paramètres (valeur, volatilité…) dont il est délicat de déterminer le réalisme.
- De plus, dans le modèle $\uparrow \psi \rightarrow \downarrow$ "welfare based CPI" : effet direct sur les prix. Cependant, les données ne fournissent qu'un CPI empirique, ce qui pose des problèmes de calibration.

Mieux explorer les liens entre les différents chocs :

- Relation chocs de productivité/redistribution : introduire la rigidité des prix ?
- Relation chocs d'offre et de demande ? Cf crise financière aujourd'hui
- Introduction d'hypothèses concurrence imparfaite