Ecole Polytechnique, Eco-557 Macroéconomie Avancée
PC 8 Correction
Fluctuations du chômage

Exercice 1: Le modèle d'appariement avec chocs de productivité

1. $p(\theta) = M(u, v)/u = M(1, \theta)$ qui dépend du ratio $\theta = v/u$ définie comme la tension du marché du travail. Cette probabilité dépend positivement du nombre de vacances (complémentarité) et négativement du taux de chômage (effet de congestion)

$$p(\theta_y) = \varphi \theta_y^{\alpha}$$

On peut également définir la probabilité de pourvoir un emploi vacant: $q(\theta) = M(u, v)/v = M(1/\theta, 1)$. Cette probabilité dépend positivement du nombre de chômeurs(complémentarité) et négativement du taux de vacances (effet de congestion).

$$q(\theta_y) = \varphi \theta_y^{\alpha-1}$$

Remarque: La comparaison des probabilités de retour à l'emploi et de pourvoir un emploi vacant montre qu'il y a des externalités entre individus, générateurs de sous-optimalité (cf PC4).

2. La dynamique du taux de chômage est donnée par l'équation

$$\dot{u} = s(1 - u) + (1 - p(\theta_y))u$$

Le taux de retour en emploi p dépend positivement de la tension du marché du travail qui, à son tour, dépend de l'état de la productivité y.

La tension résulte des comportements des entreprises en matière d'ouverture de postes vacants (demande de travail dans le cadre du matching). Elle dépend de la profitabilité de l'emploi dans l'économie et donc de l'état de la productivité, mais également de la façon dont les salaires réagissent aux chocs de productivité. Intuitivement, plus les salaires sont procycliques, moins v sera sensible à y, et donc la tension θ sera peu élastique. Peut-on alors reproduire la volatilité observée du chômage si le salaire est pro-cyclique? Quels sont les faits en matière de comportement des salaires?

3. Déterminer la tension θ dans le cadre du modèle de matching suppose d'expliciter le comportement des firmes et la valeur associée à l'emploi J_y:

$$J_y = y - w_y + \beta\{(1 - s)E_y[J_{y'}] + sE_y[V_{y'}]\} \tag{1}$$

La valeur d'un emploi dépend de la productivité y et du salaire aujourd'hui: la différence détermine la profitabilité instantanée. La valeur J_y dépend également de sa valeur espérée demain (et escomptée au taux β: avec une probabilité $(1 - s)$, l'emploi perdure et sa valeur espérée dépend alors de la profitabilité de l'emploi dans le futur et donc de la productivité future y' anticipé sachant y.

La valeur d'un emploi vacant V_y vient alors de l'espérance de rencontrer un travailleur et donc de la valeur d'un emploi futur:

$$V_y = -\kappa + \beta\{q(\theta_y)E_y[J_{y'}] + (1 - q(\theta_y))E_y[V_{y'}]\} \tag{2}$$

$q(\theta_y)$ est la probabilité de pourvoir un emploi vacant dans l'état y.

Les firmes ouvrent des emplois vacants tant que leur valeur V_y est positive. Cette condition de libre-entrée implique alors que finalement $V_y = 0$. On en déduit alors la condition qui définit la tension sur le marché du travail:

$$\kappa = \beta q(\theta_y) E_y[J_{y'}] \tag{3}$$

Au fur et à mesure que les firmes postent des emplois vacants, la probabilité de les pourvoir $q(\theta_y)$ diminue, ce qui détermine une unique valeur pour θ.

Lorsqu'il se produit un choc de productivité positif, comment réagit la valeur espérée d'un emploi? Cela dépend de la variation espérée de la profitabilité de l'emploi.

4. Traditionnellement, le salaire d'équilibre est le résultat d'une négociation à la Nash où les deux parties se partagent le surplus total généré par l'emploi ($S_y = W_y - U_y + J_y$) avec:

$$\begin{aligned} W_y &= w_y + \beta \left\{(1-s)E_y[W_{y'}] + sE_y[U_{y'}]\right\} \\ U_y &= z + \beta \left\{p(\theta_y)E_y[W_{y'}] + (1-p(\theta_y))E_y[U_{y'}]\right\} \end{aligned}$$

Après quelques calculs, on trouve finalement:

$$S_y = y - z + \beta\{(1-s) - \gamma p(\theta_y)\}E_y[S_{y'}]$$

avec γ le pouvoir de négociation des travailleurs. La négociation à la Nash conduit ces derniers à récupérer la fraction γ du surplus global:

$$W_y - U_y = \gamma S_y$$

En combinant cette règle de partage du surplus à la valeur de la tension à l'équilibre de libre-entrée, on trouve une condition de création des emplois vacants:

$$\begin{aligned} & J_y - V_y = (1-\gamma)V_y \\ \Rightarrow\ & E_y[J_{y'}] - E_y[V_{y'}] = (1-\gamma)E_y[V_{y'}] \\ \Leftrightarrow\ & \frac{\kappa}{q(\theta_y)} = \beta(1-\gamma)E_y[S_{y'}] \end{aligned}$$

On en déduit l'expression du surplus:

$$S_y = y - z + \frac{(1-s) - \gamma p(\theta_y)}{1-\gamma}\left[\frac{\kappa}{q(\theta_y)}\right]$$

d'où la condition de création des emplois vacants:

$$\frac{\kappa}{q(\theta_y)} = \beta(1-\gamma)E_y\left[y' - z + \frac{1-s}{1-\gamma}\frac{\kappa}{q(\theta_{y'})} - \frac{\gamma}{1-\gamma}\kappa\theta_{y'}\right]$$

Cette équation détermine implicitement la tension du marché du travail. Elle est résolue numériquement pour obtenir une règle (policy rule) θ_y.

Le salaire d'équilibre est alors obtenu de la manière suivante:

$$\begin{aligned} & J_y = y - w_y + \beta\left\{(1-s)E_y[J_{y'}]\right\} \\ \Rightarrow\ & (1-\gamma)S_y = y - w_y + \beta(1-s)(1-\gamma)E_y[S_{y'}] \\ \Rightarrow\ & (1-\gamma)S_y = y - w_y + (1-s)\frac{\kappa}{q(\theta_y)} \\ \Rightarrow\ & w_y = \gamma y + (1-\gamma)z + \gamma\kappa\theta_y \end{aligned}$$

$$w_y = \gamma[y + \kappa\theta_y] + (1-\gamma)z$$

Plus le pouvoir de négociation est élevé, plus le salaire est proche de la productivité. Soulignons que le salaire incorpore également les coûts de recherche $\kappa\theta_y$ que l'employé fait économiser à l'entreprise en restant en emploi.

Lorsque la productivité augmente, le salaire augmente également, en particulier parce que la tension augmente sur le marché du travail. Cette augmentation du salaire fait que la profitabilité des entreprises est peu améliorée par la hausse de la productivité.

5. A l'état stationnaire $y = y'$:

$$\frac{\kappa}{q(\theta_y)} = \beta(1-\gamma)\left[y - z + \frac{1-s}{1-\gamma}\frac{\kappa}{q(\theta_y)} - \frac{\gamma}{1-\gamma}\kappa\theta_y\right]$$

On en déduit facilement que :

$$\begin{aligned}
&\frac{1-\beta(1-s)}{\beta q(\theta_y)} + \gamma\theta_y = (1-\gamma)\frac{y-z}{\kappa} \\
\Rightarrow\quad &\frac{r+s}{q(\theta_y)} + \gamma\theta_y = (1-\gamma)\frac{y-z}{\kappa}
\end{aligned}$$

En différenciant cette équation par rapport à θ et y on trouve l'élasticité recherchée:

$$\begin{aligned}
&\left[\frac{(r+s)\theta_y}{p(\theta_y)} + \gamma\theta_y\right]\frac{d\theta_y}{\theta_y} - \frac{(r+s)\theta_y^2 p'(\theta_y)}{p^2(\theta_y)}\frac{d\theta_y}{\theta_y} = \frac{(1-\gamma)y}{\kappa}\frac{dy}{y} \\
\Rightarrow\quad &\left[(1-\gamma)\frac{y-z}{\kappa} - (r+s)\eta(\theta_y)\frac{\theta_y}{p(\theta_y)}\right]\frac{d\theta_y}{\theta_y} = \frac{(1-\gamma)y}{\kappa}\frac{dy}{y} \\
\Rightarrow\quad &\left[(1-\eta(\theta_y))(1-\gamma)\frac{y-z}{\kappa} + \eta(\theta_y)\gamma\theta_y\right]\frac{d\theta_y}{\theta_y} = \frac{(1-\gamma)y}{\kappa}\frac{dy}{y} \\
\Rightarrow\quad &\frac{d\theta_y/\theta_y}{dy/y} = \frac{y}{y-z}\frac{(1-\gamma)(y-z)}{(1-\eta(\theta_y))(1-\gamma)(y-z) + \eta(\theta_y)\gamma\theta_y\kappa} \\
\Rightarrow\quad &\frac{d\theta_y/\theta_y}{dy/y} = \frac{y}{y-z}\frac{r+s+\gamma p(\theta_y)}{(r+s)(1-\eta(\theta_y)) + \gamma p(\theta_y)}
\end{aligned}$$

6. Le coefficient de régression $CR_{\theta y}$ est une mesure empirique de l'élasticité. Il est égal à:

$$CR_{\theta y} = \frac{cov(\theta, y)}{\sigma_y^2}$$

Il est donc égal à :

$$CR_{\theta y} = \rho_{\theta y}\frac{\sigma_\theta}{\sigma_y}$$

avec $\rho_{\theta y}$ la corrélation. On en déduit que l'élasticité empirique est égale à $0.396 \times 19.1 = 7.56$. L'élasticité du modèle pour une calibration réaliste est égale à 1.71, ce qui explique que ce modèle ne peut expliquer la volatilité du job finding rate p et du chômage u.

7. Il "suffit" de prendre une valeur élevée de z (allocation-chômage mais surtout production domestique élevée) par rapport à y : Hagendorn et Manovsky calibrent $z = .943$ et $\gamma = 0.061$ de façon à reproduire la réponse des salaires (peu volatile grâce à la faiblesse du pouvoir de négociation) et du taux de profit dans le cycle.

Dans ce cas l'élasticité vaut 20.9. Mais dans ce cas, le salaire n'est que 1.7% plus élevé que le "revenu" d'un chômeur, ce qui est peu réaliste. En effet le salaire dans ce cas est égal à $0.061(1+.213)+(1-0.061)\times 0.943 = 0.959$ ce qui représente un gain de 1.7% par rapport à z.

8. Dans le cas d'un salaire rigide à un niveau w, et à l'état stationnaire, on a:

$$\begin{aligned}
&\kappa = \beta q(\theta_y) E_y[J_{y'}] \\
&J_y = y - w + \beta(1-s)E_y[J_{y'}] \\
\Rightarrow \quad & \frac{\kappa\theta_y}{p(\theta_y)} = \frac{y-w}{r+s}
\end{aligned}$$

et l'élasticité est égale à:

$$\frac{\partial\theta_y}{\partial y}\frac{y}{\theta_y} = \frac{1}{1-\eta}\frac{y}{y-w}$$

Si on calibre w de façon à avoir la même calibration que z précédemment (ie. à 0.943) alors on obtient 1/(0.72) 1/(1-0.943) = 24.36

Hall calibration: $\eta = .76$ et $w = .966$. d'où élasticité égale à 122. Dans ce cas il n'a pas besoin de choc de productivité très élevé puisque taux de retour à l'emploi et chômage sont très sensibles aux chocs. Cette calibration permet de respecter les contraintes de participation.

Cette solution pose le problème de l'indétermination du niveau du salaire.