Ecole Polytechnique, Eco-557 Macroéconomie Avancée
PC 6
Le modèle des cycles réels

Objectif de la PC : Présentation du modèle de cycles réels qui repose sur une approche intertemporelle en situation d'incertitude avec anticipations rationelles. Un premier exercice permet de se familiariser avec l'hypothèse d'anticipations rationnelles.

Exercice 1 : Le modèle de Cagan sous anticipations rationelles

Considérons l'équilibre du marché monétaire :

$$m_t - p_t = -\alpha\pi^a = -\alpha(E_t p_{t+1} - p_t)$$

avec m_t l'offre de monnaie exogène, p le niveau général des prix. Cette équation peut se réécrire

$$p_t = aE_t p_{t+1} + (1-a)m_t$$

avec $a = \frac{\alpha}{1+\alpha}$
1. Montrer que le prix peut s'écrire :

$$p_t = (1-a)\sum_{i=0}^{\infty} a^i E_t m_{t+i} + \lim_{T\to\infty} a^T E_t p_{t+T}$$

Commenter cette expression et distinguer la solution fondamentale p_t^f.
2. Pour définir l'ensemble des solutions autres que la solution fondamentale, définissons $b_t = p_t - p_t^f$. Donner l'ensemble des solutions pour b_t. Quelle est leur propriété commune ?

Exercice 2 : Cycles réels

Considérons une économie simplifiée (Long et Plosser (1983), McCallum (1989)) à 2 biens, travail et bien matériel. La concurrence est parfaite, les marchés complets. Les entreprises produisent selon une technologie à rendements constants combinant capital K et travail L :

$$Y_t = A_t K_t^{\alpha} L_t^{1-\alpha}$$

A_t est l'échelle de la productivité supposée stochastique.
Le stock de capital est supposé se déprécier totalement :

$$K_{t+1} = I_t$$

On suppose que les ménages ont des préférences intertemporelles U suivantes :

$$U = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t(\log C_t - \Gamma(L_t))$$

Les ménages travaillent à un taux de salaire W_t et accumulent le capital qu'ils louent aux entreprises à un taux Z_t.

1. Déterminer les conditions d'optimalité de l'entreprise représentative. Quel est l'effet d'un choc de productivité sur ces demandes de facteurs ?

2. Déterminer les conditions d'optimalité du ménage représentatif. Commenter la condition d'Euler.

3. Montrer que $\frac{I_t}{C_t} = \alpha\beta + \alpha\beta E_t\left(\frac{I_{t+1}}{C_{t+1}}\right)$.

4. Résoudre vers l'avant cette équation (en éliminant les solutions explosives) et en déduire finalement l'expression de la production d'équilibre en fonction de K_t et des chocs de productivité uniquement. Ecrire alors l'expression du logarithme de la production en fonction des chocs de productivités. Commenter la persistance ainsi obtenue au regard des résultats obtenus par Coogley et Nason (AER, 1995).

Exercice 3 : Dépenses publiques et cycles réels (Christiano et Eichenbaum, 1992)

Motivation : Une des limites essentielle du modèle canonique des cycles réels est qu'il conduit à une forte corrélation entre les heures travaillées et la productivité du travail, résultat qui n'est pas conforme aux évidences empiriques. Une manière de réduire cette corrélation consiste à introduire une autre source de fluctuations, sous la forme d'un choc de demande agrégée. Pour cela, on part du cadre RBC standard, auquel on ajoute des dépenses de consommation publique, considérées comme stochastiques par le consommateur représentatif.

Considérons une économie simplifiée à 2 biens, travail et bien matériel. La concurrence est parfaite, les marchés complets. Pour simplifier l'analyse, on considère un planificateur social[1] qui choisit les quantités consommées de biens ($c_t = c_t^P + \theta g_t$ avec c_t^P la consommation du ménage représentatif et g_t la consommation publique) et l'offre de travail (n_t) de chaque individu de façon à maximiser :

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{\ln c_t + \gamma V(1-n_t)\right\} \tag{1}$$

où β est le taux de préférence pour le présent et γ un paramètre relatif à l'utilité marginale du loisir.

Soit y_t la production par tête définie par une fonction Cobb-Douglas :

$$y_t = n_t^{1-\alpha} k_t^{\alpha} \tag{2}$$

Pour simplifier l'analyse, on néglige ici les chocs de productivité agrégée. L'accumulation du capital k_t est définie par l'équation suivante :

$$k_{t+1} = (1-\delta)k_t + i_t \tag{3}$$

où i_t est l'investissement par tête à la date t et δ le taux de dépréciation du capital.

A la date 0, le planificateur social choisit $\{c_t^P, k_{t+1}, n_t : t \geq 0\}$ de façon à maximiser (1) sous la contrainte de ressource pour k_0 donné et g_t défini par le processus auto-régressif suivant :

$$\ln g_t = (1-\rho)\ln \bar{g} + \rho \ln g_{t-1} + \mu_t \tag{4}$$

où μ_t est une innovation de moyenne $\ln \bar{g}$ et d'écart-type σ_μ.

[1] L'hypothèse de planificateur social conduit aux mêmes résultats que la solution Pareto-optimale décentralisée lorsque les marchés sont concurrentiels.

1. Ecrire la contrainte de ressources agrégées, le Lagrangien de ce programme et les conditions d'optimalité.

2. Le modèle n'a de solution analytique que dans le cas particulier $\delta = \theta = 1$. Dans le cas général, la solution du modèle est approximée par log-linéarisation autour de l'équilibre déterministe. La résolution du modèle conduit à une solution de la forme suivante :

$$\begin{aligned} \hat{k}_{t+1} &= r_k \hat{k}_t + d_k \hat{g}_t \\ \hat{n}_t &= r_n \hat{k}_t + d_n \hat{g}_t \end{aligned}$$

avec $\hat{x}_t$ la déviation de x par rapport à l'équilibre déterministe et r_k, d_k, r_n, d_n des fonctions scalaires des paramètres structurels du modèle.
Discuter l'impact des dépenses publiques sur l'emploi (d_n) dans les cas particuliers suivants : i) $\theta = 1$, ii) $\theta = 0$. En déduire l'impact d'une hausse de θ sur la réponse de l'emploi à des chocs de dépenses publiques.

3. Le modèle de Christiano et Eichenbaum est ensuite estimé sur données américaines par une méthode de moments généralisés après quoi les moments du premier et du second ordre sont simulés et comparés aux valeurs observées dans les données. Cet exercice est fait pour $\theta = 0$ et $\theta = 1$ ainsi que sous deux hypothèses concernant les préférences des agents vis-à-vis du travail : $V(1-n_t) = \ln(1-n_t)$ (*"divisible-labor model"*) et $V(1-n_t) = 1-n_t$ (*"indivisible-labor model"*). Les moments d'ordre deux simulés et observés sont résumés dans le tableau 1 :

Tab. 1 – Moments simulés

	Modèle				Moments observés
	$\theta = 1$		$\theta = 0$		
	Divisible Labor	Indivisible Labor	Divisible Labor	Indivisible Labor	
σ_{c^P}/σ_y	.57	.53	.49	.46	.44
σ_{dk}/σ_y	2.33	2.45	2.11	2.24	2.24
σ_n/σ_y	.36	.50	.46	.62	.86
$\sigma_n/\sigma_{y/n}$	.54	.96	.79	1.36	1.21
σ_g/σ_y	1.76	1.55	1.66	1.44	1.15
σ_y	.02	.023	.021	.025	.019
$corr(y/n, n)$	.95	.92	.81	.73	-.20

Source : Christiano et Eichenbaum (1992)

L'introduction de dépenses publiques permet-elle d'améliorer la capacité du modèle RBC à reproduire les faits stylisés ? Commenter les résultats.