

**Ecole Polytechnique**  
**PC 7**  
**Le chômage**  
**Correction**

**Exercice 1 : Coût du travail et chômage**

*Le cas concurrentiel*

1. Le programme de l'entreprise consiste à maximiser son profit sous contrainte technologique :

$$\max \left[ (A_q L_q)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (A_n L_n)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} - w_q L_q - w_n L_n$$

Les conditions du premier ordre s'écrivent :

$$\begin{aligned} A_q^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} L_q^{\frac{-1}{\sigma}} \left[ (A_q L_q)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (A_n L_n)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right]^{\frac{1}{\sigma-1}} &= w_q \\ A_n^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} L_n^{\frac{-1}{\sigma}} \left[ (A_q L_q)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (A_n L_n)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right]^{\frac{1}{\sigma-1}} &= w_n \\ \Rightarrow \frac{L_q}{L_n} &= \left( \frac{w_q}{w_n} \right)^{-\sigma} \left( \frac{A_q}{A_n} \right)^{\sigma-1}. \end{aligned}$$

Elasticité de substitution  $\sigma$  :

$$d \log \left( \frac{L_q}{L_n} \right) = -\sigma d \log \left( \frac{w_q}{w_n} \right).$$

Supposons que  $A_q/A_n$  augmente. Lorsque  $\sigma$  est petit (pas de substitution entre les facteurs), alors il est possible d'économiser plus de travail qualifié que de travail non-qualifié, de sorte que  $L_q/L_n$  a tendance à baisser. Lorsque  $\sigma$  est grand, la substitution entre les facteurs joue : le travail qualifié devient relativement moins coûteux, ce qui conduit à substituer du travail qualifié à du travail non-qualifié ( $L_q/L_n$  a tendance à augmenter). Deux effets s'opposent et sont toujours présents, mais le premier l'emporte ssi  $\sigma < 1$ .

2. A l'équilibre,  $L_q = N_q$  et  $L_n = N_n$ , de sorte que

$$\frac{w_q^*}{w_n^*} = \left( \frac{N_n}{N_q} \right)^{\frac{1}{\sigma}} \left( \frac{A_q}{A_n} \right)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}.$$

Supposons à nouveau que  $A_q/A_n$  augmente. Lorsque  $\sigma$  est petit, demande nette de travail non-qualifié, de sorte que  $w_q^*/w_n^*$  baisse ; sinon, il augmente.

3. On constate que les taux de chômage ont augmenté dans tous les pays pour toutes les qualifications. Mais ils ont plus augmenté pour les non-qualifiés. Suggère une baisse de l'emploi non-qualifié par rapport à l'emploi qualifié. Deux explications possibles :  $A_q/A_n$  a baissé et  $\sigma$  est petit, ou bien  $A_q/A_n$  a augmenté et  $\sigma$  est grand. En fait, estimations de  $\sigma$  entre 1 et 2. Modèle suggère donc que  $A_q/A_n$  a augmenté sur la période 1981-1996.

Données salaires : les 50% les mieux rémunérés perçoivent un salaire au moins  $x$  fois plus grand que les 10% les moins bien rémunérés. Inégalité des salaires s'est donc plutôt accrue (sauf en France, qui a aussi le différentiel de chômage le plus grand : ajustement par les quantités plutôt que par les prix). A nouveau conciliable avec une hausse de  $A_q/A_n$ .

Malgré tout, loin du plein emploi. Questions suivantes introduisent le chômage.

*Le rôle de la protection sociale*

4. On a :

$$w_q = z_q \phi_q(u_q) \Leftrightarrow u_q = \phi_q^{-1} \left( \frac{w_q}{z_q} \right) = \phi_q^{-1} \left( \frac{1}{b} \right).$$

Naturel de prendre  $\phi_q$  décroissante (une hausse du chômage s'accompagne d'une baisse du salaire réel). Une hausse de  $b$  conduit alors à une hausse du chômage. Rigidité ?  $w_q$  fixé équivaut à  $w_q \phi_q(u_q)$  fixé, et donc à  $\phi_q(u_q)$  fixé. Rigidité peut donc être mesurée par  $\phi'_q$  : si  $\phi'_q$  proche de 0, salaire réel plutôt rigide. Accroît la sensibilité du chômage au taux de remplacement. Ajustement par les quantités.

5. On a :

$$w_n = z_n \phi_n(u_n) \Leftrightarrow u_n = \phi_n^{-1} \left( \frac{w_n}{z_n} \right) = \phi_n^{-1} \left( \frac{w_n}{b w_q^s w_n^{1-s}} \right) = \phi_n^{-1} \left( \frac{1}{b} \left( \frac{w_n}{w_q} \right)^s \right).$$

On reprend alors la demande de travail relative :

$$\begin{aligned} \frac{w_q}{w_n} &= \left( \frac{L_n}{L_q} \right)^{\frac{1}{\sigma}} \left( \frac{A_q}{A_n} \right)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} = \left( \frac{N_n(1-u_n)}{N_q(1-u_q)} \right)^{\frac{1}{\sigma}} \left( \frac{A_q}{A_n} \right)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \\ &\Rightarrow u_n = \phi_n^{-1} \left( \frac{1}{b} \left( \frac{N_q(1-u_q)}{N_n(1-u_n)} \right)^{\frac{s}{\sigma}} \left( \frac{A_q}{A_n} \right)^{s \frac{1-\sigma}{\sigma}} \right) \end{aligned}$$

Lorsque  $s = 0$ , le taux de chômage des non-qualifiés se comporte comme celui des qualifiés. Pour  $s > 0$ , difficile de voir a priori puisque  $u_n$  intervient des deux côtés. On réécrit

$$\phi_n^\sigma(u_n) (N_n(1-u_n))^s = \frac{1}{b^\sigma} (N_q(1-u_q))^s \left( \frac{A_q}{A_n} \right)^{s(1-\sigma)}.$$

Le membre de gauche est décroissant avec  $u_n$ . Pour  $\sigma < 1$ , une hausse de  $A_q/A_n$  conduit donc à une baisse du chômage des non-qualifiés. La lecture de l'équation donne : pour  $\sigma < 1$ , une hausse de  $A_q/A_n$  conduit à un report de la demande sur le travail non-qualifié, ce qui fait plutôt baisser le salaire des qualifiés par rapport à celui des non-qualifiés, et par le biais de la protection sociale, cela réduit le chômage des non-qualifiés. Soit :

$$\uparrow \frac{A_q}{A_n} \Rightarrow \downarrow \frac{w_q}{w_n} \Rightarrow \downarrow u_n$$

Le mécanisme est inversé pour  $\sigma > 1$ .

*Les effets du salaire minimum*

6.  $w_n = \omega w_q$ . On reprend à nouveau l'expression de la demande de travail :

$$\begin{aligned} \frac{w_q}{w_n} &= \frac{1}{\omega} = \left( \frac{N_n(1-u_n)}{N_q(1-u_q)} \right)^{\frac{1}{\sigma}} \left( \frac{A_q}{A_n} \right)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \\ &\Rightarrow \frac{1-u_n}{1-u_q} = \left( \frac{1}{\omega} \right)^\sigma \left( \frac{A_q}{A_n} \right)^{1-\sigma} \frac{N_q}{N_n} \\ &\Rightarrow u_n - u_q \simeq \sigma \log \omega - (1-\sigma) \log \left( \frac{A_q}{A_n} \right) - \log \left( \frac{N_q}{N_n} \right). \end{aligned}$$

Une hausse de  $\omega$  accroît le chômage des non-qualifiés par rapport à celui des qualifiés. Vraisemblablement : plus on rapproche le salaire des non-qualifiés de celui des qualifiés, plus il est probable que le salaire des non qualifiés soit fixé au-dessus de leur productivité marginale.

*Le rôle de la fiscalité*

7. Le coût relatif du travail non qualifié est

$$\frac{(1+t_n)w_n}{(1+t_q)w_q}$$

On en déduit la demande relative de travail :

$$\frac{(1+t_q)w_q}{(1+t_n)w_n} = \frac{(1+t_q)}{(1+t_n)} \frac{1}{\omega} = \left( \frac{N_n(1-u_n)}{N_q(1-u_q)} \right)^{\frac{1}{\sigma}} \left( \frac{A_q}{A_n} \right)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}$$

Idem quest. 3., sauf que  $1/\omega$  devient  $\frac{(1+t_q)}{(1+t_n)} \frac{1}{\omega}$ . Donc,

$$\begin{aligned} \Rightarrow u_n - u_q &\simeq \sigma \log \omega - \sigma \log \frac{(1+t_q)}{(1+t_n)} - (1-\sigma) \log \left( \frac{A_q}{A_n} \right) - \log \left( \frac{N_q}{N_n} \right) \\ &\simeq \sigma \log \omega + \sigma(t_n - t_q) - (1-\sigma) \log \left( \frac{A_q}{A_n} \right) - \log \left( \frac{N_q}{N_n} \right). \end{aligned}$$

On peut augmenter le salaire minimum sans effet pervers sur l'emploi des non-qualifiés à condition d'accompagner la hausse du salaire minimum par une baisse des charges sur les bas salaires.