

Ecole Polytechnique, Eco-431 Macroéconomie
PC 6
Anticipations et crédibilité de la politique monétaire
Correction

Exercice : Le biais inflationniste et sa résolution institutionnelle

Première partie : la fonction d'offre agrégée

1. Les entrepreneurs résolvent

$$\max_{L_t} \sqrt{2e^{\epsilon_t} L_t} - \frac{W_t}{P_t} L_t$$

La condition de premier ordre donne :

$$\frac{1}{\sqrt{2e^{\epsilon_t} L_t}} e^{\epsilon_t} = \frac{W_t}{P_t}$$

On obtient la demande de travail et production de biens :

$$L_t = \frac{e^{\epsilon_t}}{2(W_t/P_t)^2}$$
$$Y_t = \frac{e^{\epsilon_t}}{W_t/P_t}$$

Une augmentation du salaire réel réduit la demande de travail et la production. En passant en log, on obtient la relation d'offre globale :

$$y_t = p_t - w_t + \epsilon_t$$

2. En passant en log, on a $w_t = p_t^a$. En introduisant cette relation dans l'équation d'offre globale, on obtient

$$y_t = p_t - p_t^a + \epsilon_t$$
$$= p_t - p_{t-1} - (p_t^a - p_{t-1}^a) + \epsilon_t$$

En utilisant l'approximation suivante (valable pour des taux d'inflation proches de zéro) :

$$p_t - p_{t-1} = \ln(P_t/P_{t-1}) = \ln(1 + \pi_t) \simeq \pi_t,$$

on obtient :

$$y_t = \pi_t - \pi_t^a + \epsilon_t$$

Compte tenu du salaire nominal fixé à la période précédente (et sur la base du niveau des prix anticipé), un choc inflationniste non anticipé réduit le salaire réel et stimule l'emploi et la production.

Deuxième partie : discrétion et règle dans la conduite de la politique monétaire

3. La Banque Centrale considère comme données les anticipations d'inflation des agents et minimise sa fonction de perte connaissant le fonctionnement de l'économie :

$$\begin{cases} \min_{\pi_t, y_t} L_t = \pi_t^2 + b(y_t - y^*)^2 \\ s.t. : y_t = \pi_t - \pi_t^a + \epsilon_t \end{cases}$$

Après substitution, la condition du premier ordre s'écrit :

$$\pi_t = \frac{1}{1+b}(b\pi_t^a - b\epsilon_t + by^*)$$

4. Les agents ont des anticipations rationnelles et anticipent donc la fonction de meilleure réponse de la Banque Centrale :

$$\begin{aligned}\pi_t^a &= E_{t-1}\pi_t \\ \Leftrightarrow \pi_t^a &= by^* > 0\end{aligned}$$

Avec cette politique discrétionnaire, il se crée un biais inflationniste positif lié au fait que les agents anticipent que la Banque Centrale a intérêt à fixer un taux d'inflation positif.

L'inflation effective est alors :

$$\pi_t = by^* - \frac{b}{1+b}\epsilon_t$$

et l'output gap :

$$y_t = \frac{1}{1+b}\epsilon_t$$

En espérance on a :

$$\begin{aligned}E(\pi_t) &= by^* \\ E(y_t) &= 0\end{aligned}$$

La discrétion conduit donc à un biais inflationniste sans diminuer l'output gap en espérance. En termes de variance :

$$\begin{aligned}Var(\pi_t) &= \left(\frac{b}{1+b}\right)^2 \sigma_\epsilon^2 \\ Var(y_t) &= \left(\frac{1}{1+b}\right)^2 \sigma_\epsilon^2\end{aligned}$$

La banque centrale fait face à un arbitrage stabilisation de l'inflation/stabilisation du PIB : si elle accorde moins de poids à l'output gap (b diminue), la variance de l'inflation (et l'inflation espérée en niveau) diminue mais celle de l'output augmente.

5. A la date $(t-1)$, la Banque centrale annonce une règle de conduite de la forme :

$$\pi_t = \rho_0 + \rho_1\epsilon_t$$

qui implique une inflation anticipée :

$$\pi_t^a = \rho_0$$

La perte anticipée pour la Banque centrale s'écrit :

$$\begin{aligned}E_{t-1}L_t &= E_{t-1}\{(\rho_0 + \rho_1\epsilon_t)^2 + b(\rho_1\epsilon_t + \epsilon_t - y^*)^2\} \\ &= \rho_0^2 + [\rho_1^2 + b(\rho_1 + 1)^2]\sigma_\epsilon^2 + b y^{*2}\end{aligned}$$

Les conditions du premier ordre du programme de minimisation de la perte anticipée impliquent les paramètres suivants :

$$\begin{aligned}\rho_0 &= 0 \\ \rho_1 &= \frac{-b}{1+b}\end{aligned}$$

Avec cette règle, l'inflation et l'output gap sont définis par :

$$\begin{aligned}\pi_t &= \frac{-b}{1+b}\epsilon_t \\ y_t &= \frac{1}{1+b}\epsilon_t\end{aligned}$$

et les moments :

$$\begin{aligned}E_{t-1}\pi_t &= 0 \\ E_{t-1}y_t &= 0 \\ Var_{t-1}\pi_t &= \left(\frac{b}{1+b}\right)^2 \sigma_\epsilon^2 \\ Var_{t-1}y_t &= \left(\frac{1}{1+b}\right)^2 \sigma_\epsilon^2\end{aligned}$$

Avec cette règle, il n'y a plus de biais inflationniste car les agents savent que la Banque centrale ne va pas faire de l'inflation pour augmenter l'activité. Par rapport au cas discrétionnaire, la volatilité de l'inflation et de l'output sont inchangées. La perte de la Banque Centrale est plus petite ; la possibilité de s'engager ex ante a donc bien un impact positif pour la Banque Centrale.

Troisième partie : délégation de la politique monétaire à un banquier central "conservateur"

6-8. Quand la Banque Centrale a sa propre fonction de perte, l'inflation et l'output sont fonction du paramètre b_i :

$$\begin{aligned}\pi_t &= b_i y^* - \frac{b_i}{1+b_i}\epsilon_t \\ y_t &= \frac{1}{1+b_i}\epsilon_t\end{aligned}$$

La fonction de perte sociale anticipée vaut :

$$\begin{aligned}E_{t-1}L_t &= E_{t-1} \left\{ \left(b_i y^* - \frac{b_i}{1+b_i}\epsilon_t \right)^2 + b \left(\frac{1}{1+b_i}\epsilon_t - y^* \right)^2 \right\} \\ &= (b_i^2 + b) y^{*2} + \frac{b_i^2 + b}{(1+b_i)^2} \sigma_\epsilon^2\end{aligned}$$

qui est minimum pour b_i tel que :

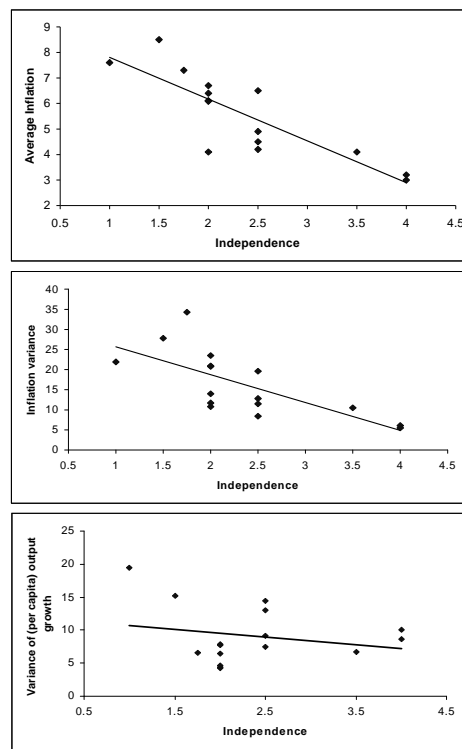
$$b_i \frac{y^{*2}}{\sigma_\epsilon^2} = \frac{b - b_i}{(1+b_i)^3}$$

qui implique $0 < b_i < b$. La société a donc intérêt à choisir un banquier central "conservateur" qui est moins sensible aux fluctuations de l'output (mais pas insensible puisque le b_i optimal est strictement positif).

Le choix d'un banquier central conservateur et indépendant implique une inflation moyenne et une volatilité des prix plus faible mais une volatilité de l'output plus élevée. Ce résultat semble assez cohérent avec les données (Figure 1).

Quatrième partie : établissement d'un contrat optimal avec le banquier central

FIGURE 1 – Impact de l'indépendance de la Banque Centrale



Source : Alesina et Summers (JMCB, 1993).

9. La banque Centrale choisit le niveau d'inflation qui maximise son utilité :

$$U = \tau(\pi_t) - \pi_t^2 - b(y_t - y^*)^2$$

pour π_t^a donné et $y_t = \pi_t - \pi_t^a + \epsilon_t$. La condition du premier ordre s'écrit :

$$\tau'(\pi_t) - 2\pi_t - 2b(\pi_t - \pi_t^a + \epsilon_t - y^*) = 0$$

10-11. Les agents anticipent ce comportement :

$$\begin{aligned} E_{t-1}\{\tau'(\pi_t) - 2\pi_t - 2b(\pi_t - \pi_t^a + \epsilon_t - y^*)\} &= 0 \\ \Leftrightarrow E_{t-1}\{\tau'(\pi_t)\} &= 2(\pi_t^a - by^*) \end{aligned}$$

Pour éliminer le biais inflationniste ($\pi_t^a = 0$), il faut donc choisir le contrat du banquier central de façon à avoir :

$$E_{t-1}\{\tau'(\pi_t)\} = -2by^*$$

ie

$$\tau(\pi_t) = \eta_0 - 2by^*\pi_t$$

Le niveau de l'inflation ex-post est alors :

$$\pi_t = \frac{-b}{1+b}\epsilon_t$$

On retrouve donc le niveau d'inflation obtenu dans le cas d'un engagement crédible de la part de la Banque Centrale : le contrat optimal permet donc de retrouver le first-best. Il permet également de régler le problème du biais inflationniste, sans contrepartie en terme de volatilité de l'output.

Cinquième partie : Incertitude politique et volatilité de l'output

12. Les anticipations d'inflation dépendent des probabilités de succès des deux partis potentiellement au pouvoir :

$$\pi_t^a = \frac{1}{2}E_{t-1}(\pi_t^L + \pi_t^R)$$

Si le parti de droite arrive au pouvoir, la politique suivie sera déterminée par le programme suivant :

$$\begin{cases} \min_{\pi_t} L_t^r = \pi_t^2 \\ \text{s.t. : } y_t = \pi_t - \pi_t^a \end{cases}$$

La condition du premier ordre implique que le parti de droite choisit une inflation nulle $\pi_t^R = 0$.

Si le parti de gauche arrive au pouvoir, la politique suivie sera déterminée par le programme suivant :

$$\begin{cases} \min_{\pi_t} L_t^l = \pi_t^2 + 2b(y_t - y^*)^2 \\ \text{s.t. : } y_t = \pi_t - \pi_t^a \end{cases}$$

La condition du premier ordre s'écrit :

$$\pi_t^l + 2b(\pi_t^l - \pi_t^a - y^*) = 0$$

Dans ce cadre, on a donc :

$$\pi_t^a = \frac{1}{2}E_{t-1}\pi_t^l$$

et donc :

$$\pi_t^l = \frac{2b}{1+b} y^*$$

L'output ex-post est donc $y_t^R = -\pi_t^a = \frac{-b}{1+b} y^*$ si le parti de droite arrive au pouvoir et $y_t^l = \pi_t^l - \pi_t^a = \frac{b}{1+b} y^*$ si c'est le parti de gauche qui gagne. Le parti de droite est pénalisé par des anticipations d'inflation supérieures à l'inflation effective ex-post. Ceci conduit à un output gap négatif.

13. La perte sociale anticipée s'écrit :

$$\begin{aligned} E_{t-1}L_t &= \frac{1}{2}E_{t-1}L_t^r + \frac{1}{2}E_{t-1}L_t^l \\ &= \frac{1}{2}E_{t-1}\{\pi_t^r\} + \frac{1}{2}E_{t-1}\{\pi_t^l + 2b(y_t^l - y^*)^2\} \\ E_{t-1}L_t &= \frac{b(2b+1)}{(1+b)^2} y^{*2} \end{aligned}$$

14. Sans incertitude sur l'output et avec une Banque Centrale de préférences $L_t^i(b_i)$, l'inflation et l'output ex-post s'écrivent :

$$\pi_t^b = b_i y^*, \quad y_t^b = 0$$

La perte anticipée par la société est donc :

$$\begin{aligned} E_{t-1}L_t &= E_{t-1}\{\pi_t^b + b(y_t^b - y^*)^2\} \\ &= (b_i^2 + b) y^{*2} \end{aligned}$$

Pour minimiser la perte espérée, les agents choisissent un banquier central très conservateur : $b_i = 0$. Cette stratégie induit une perte espérée : $E_{t-1}L_t = b y^{*2}$ qui est plus élevée que dans le cas avec incertitude politique.