

# PC4 : Le modèle d'appariement

Isabelle Méjean

`isabelle.mejean@polytechnique.edu`

`http://mejean.isabelle.googlepages.com/`

Ecole Polytechnique, Eco-553 Macroéconomie avancée

17 octobre 2008

# Exercice 1:

## La dynamique du chômage et des emplois vacants

# Hypothèses du modèle

- Modèle d'appariement en dehors de l'état stationnaire.
- Frictions sur le marché du travail, modélisées par la fonction d'appariement  $m(\theta)$ .
- Croissance instantanée de la population active  $\dot{N}$  ( $n = \dot{N}/N$ )  $\Rightarrow$   
 $\dot{U} = \dot{N} + qL - \theta m(\theta)U$
- Deux biens dans l'économie, bien numéraire produit par les firmes et consommé par les individus et travail, supposé homogène, seul facteur de production.
- Une entreprise = un poste de travail produisant  $y$  quand il est occupé et coûtant  $h$  quand il est vacant.
- Le travailleur perçoit le salaire négocié  $w$  quand il est employé et le revenu  $z$  quand il est au chômage.
- Taux d'intérêt  $r$  exogène.
- Condition de libre-entrée satisfaite à chaque instant.

# Fonctions valeur

- Valeur d'un emploi occupé:

$$r\Pi_e = y - w + q(\Pi_v - \Pi_e) + \dot{\Pi}_e$$

- Valeur d'un emploi vacant:

$$r\Pi_v = -h + m(\theta)(\Pi_e - \Pi_v) + \dot{\Pi}_v$$

- Utilité d'un employé:

$$rV_e = w + q(V_u - V_e) + \dot{V}_e$$

- Utilité d'un chômeur:

$$rV_u = z + \theta m(\theta)(V_e - V_u) + \dot{V}_u$$

- $\dot{\Pi}_e$ ,  $\dot{\Pi}_v$ ,  $\dot{V}_e$  et  $\dot{V}_u$  s'interprètent comme des plus-values instantanées en capital consécutives à la variation de la "cote" des titres correspondants

# Relations d'équilibre

- Condition de libre-entrée:
- $\Pi_v = 0 \Rightarrow \Pi_e = \frac{h}{m(\theta)}$  (égalité entre le profit espéré d'un emploi occupé et son coût moyen)
- Négociations et dynamique du surplus:
  - Surplus d'un appariement:  $S = V_e - V_u + \Pi_e - \Pi_u$
  - Dynamique du surplus:  $\dot{S} = \dot{V}_e - \dot{V}_u + \dot{\Pi}_e - \dot{\Pi}_u$
  - $\Rightarrow (r + q)S = \dot{S} + y + \dot{V}_u - rV_u \Rightarrow$  Evolution du surplus indépendante de la trajectoire du salaire négocié
  - $\Rightarrow$  Règle de partage fonction du pouvoir de négociation de chaque participant:  $V_e - V_u = \gamma S$  et  $\Pi_e - \Pi_v = (1 - \gamma)S$

$\Rightarrow$  A l'équilibre de libre-entrée:

$$S = \frac{h}{(1 - \gamma)m(\theta)} \implies \dot{S} = -\frac{hm'(\theta)}{(1 - \gamma)m^2(\theta)}\dot{\theta}$$

# Trajectoires des emplois vacants et du chômage

- Trajectoire des emplois vacants:

$$rV_u - \dot{V}_u = z + \theta m(\theta) \gamma S = z + \frac{\gamma \theta h}{1 - \gamma}$$

- Trajectoire de l'indicateur de tension:

$$\frac{hm'(\theta)}{(1 - \gamma)m^2(\theta)} \dot{\theta} + \frac{h[r + q + \gamma \theta m(\theta)]}{(1 - \gamma)m(\theta)} - y + z = 0$$

⇒ Equation différentielle caractérisant complètement la trajectoire de l'indicateur de tension. Equation différentielle non linéaire du premier ordre de la forme  $\varphi(\dot{\theta}, \theta) = 0$ . ⇒ Etude de la convergence des trajectoires de  $\theta$  au voisinage de l'équilibre stationnaire en linéarisant la fonction  $\varphi$  autour du point  $(\dot{\theta} = 0, \theta = \theta^*)$ .

$$\dot{\theta} + a\theta = a\theta^* \quad \text{avec} \quad a = \gamma \frac{m^2(\theta^*)}{m'(\theta^*)} - (r + q) < 0.$$

## Trajectoires des emplois vacants et du chômage (2)

- Solution générale:  $\theta = Be^{-at} + \theta^*$ , où  $B$  est une constante.
  - Avec  $a$  négatif, la seule trajectoire convergente est telle que  $B = 0$   
 $\Rightarrow \theta = \theta^*$ .
- $\Rightarrow \theta$  "saute" immédiatement sur sa valeur stationnaire. Possible car les ouvertures d'emplois vacants sont des décisions qui sont uniquement "tournées vers l'avant" (*forward looking*), sans aucun facteur d'inertie.
- Plus généralement, toutes les décisions des agents sont tournées vers l'avant  $\Rightarrow$  Le salaire négocié est aussi une variable qui saute instantanément sur sa valeur stationnaire.

# Dynamique du chômage

- $\dot{U} = \dot{N} + qL - \theta m(\theta)U \Rightarrow$

$$\begin{aligned} \dot{u} &= \frac{\dot{U}}{N} - \frac{\dot{N}u}{N} \\ &= \frac{\dot{N}}{N} + q\frac{L}{N} - \theta m(\theta)\frac{U}{N} - un \\ \dot{u} &= n + q - [q + n + \theta m(\theta)]u \end{aligned}$$

⇒ Equation linéaire du premier ordre définissant la dynamique du taux de chômage:

$$\dot{u} + [q + n + \theta^* m(\theta^*)]u = q + n$$

⇒ Convergence monotone vers la valeur stationnaire :

$$u = \frac{q + n}{q + n + \theta^* m(\theta^*)}$$

- Le taux de chômage n'est pas une variable qui regarde uniquement vers l'avant. La durée moyenne de recherche d'un emploi étant une quantité positive, il existe à chaque instant un stock de chômeurs qui représente un facteur d'inertie pour la dynamique de l'économie. Après un choc, le taux de chômage ne rejoindra que progressivement sa nouvelle valeur stationnaire.

## Dynamique du chômage et des emplois vacants

- Représentation de la dynamique du chômage et des emplois vacants dans le plan  $(u, v)$ .
- Equilibre stationnaire à l'intersection de la courbe décroissante de Beveridge qui correspond aux points d'équilibre des flux de main-d'oeuvre entre l'emploi et le chômage:

$$u = \frac{q + n}{q + n + \theta m(\theta)}$$

et de la courbe croissante définissant le niveau d'équilibre de  $\theta$  en fonction du salaire négocié :

$$\frac{(1 - \gamma)(y - z)}{r + q + \gamma \theta m(\theta)} = \frac{h}{m(\theta)}$$

- A partir de n'importe quel point dans le plan  $(u, v)$  l'économie saute immédiatement sur le niveau d'équilibre de  $\theta$  au moyen d'un ajustement du nombre d'état vacant, avant de converger de manière monotone vers le taux de chômage d'équilibre.

# Impact d'une hausse permanente du taux d'intérêt

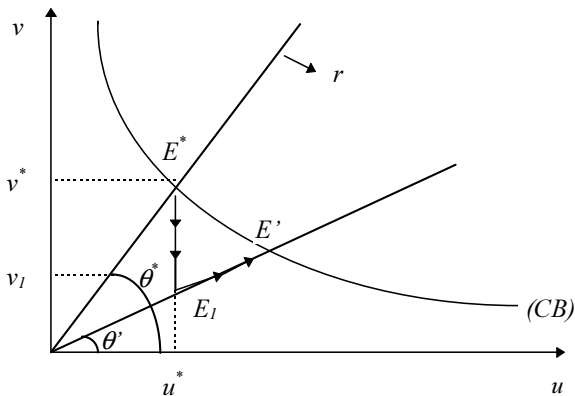


FIG. 4 – Choc agrégé

# Impact d'une hausse permanente du taux d'intérêt

- Choc agrégé qui modifie la courbe de DG/OG qui ne déplace pas la courbe de Beveridge
  - A partir de l'équilibre stationnaire initial,  $\theta$  saute instantanément à son niveau final
- ⇒  $v$  diminue tandis que  $u$  ne s'ajuste pas immédiatement
- Convergence vers le nouvel équilibre stationnaire

# Impact d'une hausse du taux de destruction d'emplois

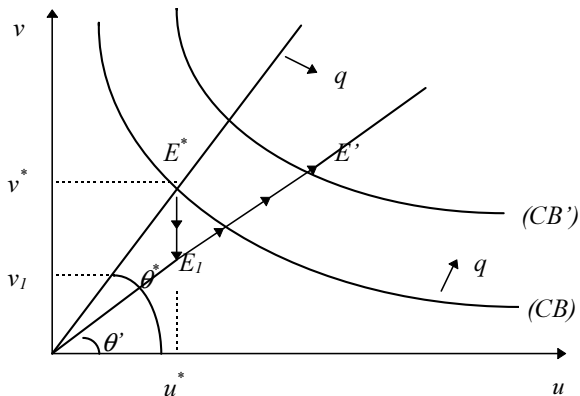


FIG. 5 – Choc de réallocation

## Impact d'une hausse du taux de destruction d'emplois (2)

- Choc de réallocation qui déplace la courbe de Beveridge
  - A partir de l'équilibre stationnaire initial,  $\theta$  saute instantanément à son niveau final
- ⇒  $v$  diminue tandis que  $u$  ne s'ajuste pas immédiatement
- Convergence vers le nouvel équilibre stationnaire
- ⇒ Dans les deux cas, relation non linéaire entre le taux de chômage et le taux d'emplois vacants, qui décrit des boucles dans le sens inverse des aiguilles d'une montre ⇒ Conforme aux observations empiriques

## Exercice 2: Efficacité, chômage et niveaux des négociations

# Motivation

- Le processus d'appariement se caractérise par la présence d'effets externes:
  - Hausse du nombre d'emplois vacants → Baisse de la probabilité pour une firme de rencontrer un travailleur et hausse de la probabilité pour un chômeur de retrouver un emploi.
  - Hausse du nombre de chômeurs → Baisse de la probabilité pour un chômeur de retrouver un emploi, Hausse de la probabilité pour une entreprise de pourvoir ses emplois vacants.
- ⇒ Un chômeur aimerait à la fois être le seul dans sa catégorie et que la catégorie opposée, c'est-à-dire les emplois vacants, soit la plus nombreuse possible. De même, chaque employeur aimerait à la fois être le seul à posséder des postes vacants, et que les personnes à la recherche d'un emploi soient les plus nombreuses possibles. Il y a des **effets de congestion** au sein de chaque catégorie et des **externalités positives** entre les catégories.
- ⇒ Un état efficace de l'économie combine de manière adéquate ces deux types d'effets externes.

## Motivation (2)

- Un planificateur omniscient qui prendrait comme *donné* le processus d'appariement et qui voudrait maximiser les ressources en bien numéraire, internaliserait ces effets externes contradictoires et aboutirait à un optimum social où les effets de congestion et les externalités positives seraient “dosés” de manière adéquate par rapport à son critère de choix.
- ≠ Les négociations salariales se déroulant *après* que la rencontre entre un emploi vacant et un chômeur ait eu lieu, n'internaliseront pas ces effets externes et l'équilibre décentralisé du marché du travail ne devrait pas *a priori* correspondre à un optimum social. Cependant, les acteurs de la négociation sur les salaires ayant évidemment des intérêts opposés, il est possible que, dans certaines circonstances, le “dosage” optimal entre les externalités positives et les effets de congestion se reproduise à l'occasion d'un équilibre de marché.

# Optimum social

- Allocation choisie par le planificateur omniscient cherchant à maximiser un critère défini.
- Cas 1: Pas de préférence pour le présent pour les agents → Critère de maximisation de la valeur actualisée de la production par tête (Um d'une unité de bien numéraire supplémentaire indépendante du niveau du revenu)
- Cas 2: Cas général avec préférence pour le présent

## Optimum social (2)

- Lorsque tous les agents sont neutres au risque, le planificateur omniscient maximise la valeur actualisée de la production par tête sous la contrainte d'équilibre des flux du marché du travail:

$$\begin{cases} \max y(1-u) + zu - h\theta u \\ \text{s.t. } u\theta m(\theta) = q(1-u) \end{cases}$$

- La solution est définie par:

$$\frac{[1 - \eta(\theta)](y - z)}{q + \theta m(\theta)\eta(\theta)} = \frac{h}{m(\theta)}, \quad \eta(\theta) = -\frac{\theta m'(\theta)}{m(\theta)}$$

⇒ Fonction de  $\eta(\theta)$  la sensibilité de la fonction d'appariement par rapport au taux de chômage, qui délimite le poids respectif des effets de congestion et des externalités positives dans le processus d'appariement.

- Comparaison avec l'équilibre décentralisé:

$$\frac{(1 - \gamma)(y - z)}{q + \theta m(\theta)\gamma} = \frac{h}{m(\theta)}$$

coïncide avec l'optimum social, si et seulement si  $\gamma = \eta(\theta)$ . ("condition d'Hosios")

⇒ En général, l'équilibre décentralisé est inefficace.

## Optimum social (3)

- Dans le cas général, quand le taux d'intérêt est non nul, le planificateur social doit tenir compte des pertes liées à l'inertie de certaines variables.
- Son programme s'écrit alors:

$$\begin{cases} \text{Max}_{\theta} \int_0^{+\infty} \omega e^{-rt} dt \\ \text{s.c.} \quad \dot{u} = q(1-u) - \theta m(\theta)u \end{cases}$$

- Les conditions d'optimalité sont les suivantes:

$$\begin{aligned} h e^{-rt} &= -\mu m(\theta)[1 - \eta(\theta)] \\ (z - y - h\theta)e^{-rt} - \mu[q + \theta m(\theta)] &= -\dot{\mu} \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \mu \cdot u &= 0 \end{aligned}$$

- Finalement, on trouve:

$$\frac{[1 - \eta(\theta)](y - z)}{r + q + \theta m(\theta)\eta(\theta)} = \frac{h}{m(\theta)}$$

qui coïncide avec l'optimum social si et seulement si  $\gamma = \eta(\theta)$ .

# Condition d'Hosios

- A priori, il n'y a pas de raison que la condition d'Hosios soit respectée dans le modèle d'appariement standard du fait de l'absence de mécanismes incitant les agents à tenir compte des externalités liées à leurs décisions.
- Certains modèles de négociation permettent cependant de retrouver cette condition à l'équilibre décentralisé en introduisant des modes de rémunération ou des contrats salariaux plus élaborés
- Exemple: le modèle de Moene (1997) de concurrence entre bassins d'emplois dans lequel les salaires sont fixés par les employeurs au moment de l'ouverture d'un poste et les entrepreneurs se font concurrence pour attirer les travailleurs. Chaque entrepreneur doit arbitrer entre ouvrir beaucoup d'emplois vacants et proposer des salaires élevés pour attirer suffisamment de travailleurs. Ce mode de formation des salaires aboutit systématiquement à la condition d'Hosios  $\Rightarrow$  Efficacité de l'équilibre décentralisé