

**Ecole Polytechnique, Eco-431 Macroéconomie**  
**PC 4**  
**Dépenses Publiques**  
**Correction**

**Première partie : l'équivalence ricardienne**

On suppose dans cette partie que l'investissement par travailleur  $i_t$  est exogène, normé à zéro.

1. Le programme du consommateur jeune s'écrit :

$$\begin{aligned} & \max_{c_t^j, c_{t+1}^v, s_t} \left\{ \ln c_t^j + \beta \ln c_{t+1}^v \right\} \\ & s.c. \quad c_t^j = w_t - \tau_t^j - s_t \\ & \quad \quad c_{t+1}^v = (1 + r_{t+1})s_t - \tau_{t+1}^v \\ \Rightarrow & \max_{s_t} \left\{ \ln(w_t - \tau_t^j - s_t) + \beta \ln((1 + r_{t+1})s_t - \tau_{t+1}^v) \right\} \end{aligned}$$

On en déduit l'épargne à l'optimum de l'agent :

$$s_t = \frac{\beta}{1 + \beta}(w_t - \tau_t^j) + \frac{\tau_{t+1}^v}{(1 + \beta)(1 + r_{t+1})}$$

L'épargne dépend positivement du revenu disponible de l'agent jeune et négativement de son revenu futur. Les impôts prélevés sur les jeunes tendent donc à réduire l'épargne tandis que la perspective de payer des impôts dans le futur incite à plus épargner. Le fait que les jeunes anticipent de payer des impôts dans le futur conduit également à un lien négatif entre le taux d'intérêt et l'épargne. Le taux d'intérêt a deux effets sur le comportement d'épargne : en augmentant le revenu futur anticipé, il augmente le coût d'opportunité de la consommation présente (effet substitution positif) mais réduit l'épargne nécessaire pour atteindre un certain niveau de revenu dans le futur (effet revenu négatif). Sans impôt sur le revenu des vieux, ces deux effets se compensent exactement. Ce n'est plus vrai cependant avec des impôts auquel cas l'effet revenu domine.

2. La demande agrégée de biens et services s'écrit :  $Y_t = L_t c_t^j + L_{t-1} c_t^v + L_t g_t$ . En divisant par le nombre de travailleurs, on trouve :

$$y_t = c_t^j + \frac{1}{1 + n} c_t^v + g_t$$

On intègre les choix à l'optimum de l'agent :

$$y_t = \frac{1}{1 + \beta}(w_t - \tau_t^j) - \frac{\tau_{t+1}^v}{(1 + r_{t+1})(1 + \beta)} + \frac{1 + r_t}{1 + n} s_{t-1} - \frac{\tau_t^v}{1 + n} + g_t$$

Tous les impôts présents et futurs réduisent la demande de biens et services :  $\tau_t^j$  diminue le revenu disponible et la consommation des jeunes,  $\tau_{t+1}^v$  augmente les comportements d'épargne ce qui réduit la consommation présente,  $\tau_t^v$  réduit le revenu disponible des vieux.

3. Equation d'accumulation de la dette publique agrégée :

$$B_t = (1 + r_t)B_{t-1} + L_t g_t - L_t \tau_t^j - L_{t-1} \tau_t^v$$

par individu jeune :

$$b_t = \frac{1 + r_t}{1 + n} b_{t-1} + g_t - \tau_t^j - \frac{\tau_t^v}{1 + n}$$

La dette publique est constituée de deux composantes : la dette héritée du passé, augmentée des intérêts, et le déficit public de la période courante. Même en l'absence de déficit public, le poids de la dette par travailleur peut augmenter si la croissance démographique est inférieure au taux d'intérêt payé sur la dette accumulée dans le passé.

4. Dans la situation de référence sans expansion budgétaire, l'épargne des jeunes en période 1 est :

$$s_1 = \frac{\beta}{1 + \beta} w_1$$

et la demande de biens et services :

$$y_1 = \frac{1}{1 + \beta} w_1 + \frac{1 + r_1}{1 + n} s_0$$

a) Si la dépense publique est financée par endettement sans anticipation de hausse future des impôts (myopie des agents privés), on a :

$$\begin{aligned} s_1 &= \frac{\beta}{1 + \beta} w_1 \\ y_1 &= \frac{1}{1 + \beta} w_1 + \frac{1 + r_1}{1 + n} s_0 + g_1 \end{aligned}$$

L'expansion budgétaire a un effet de relance keynésienne.

b) Si la dépense publique est financée par impôt prélevé sur les jeunes de la période 1 ( $g_1 = \tau_1^j$ ), on a :

$$\begin{aligned} s_1 &= \frac{\beta}{1 + \beta} (w_1 - \tau_1^j) \\ y_1 &= \frac{1}{1 + \beta} (w_1 - \tau_1^j) + \frac{1 + r_1}{1 + n} s_0 + g_1 \end{aligned}$$

La baisse du revenu disponible réduit l'épargne et la consommation du jeune. L'expansion budgétaire a toujours un effet de relance mais amoindri par la baisse de la consommation des jeunes.

En  $t = 2$ , on a :

$$\begin{aligned} s_2 &= \frac{\beta}{1 + \beta} w_2 \\ y_2 &= \frac{1}{1 + \beta} w_2 + \frac{1 + r_2}{1 + n} \frac{\beta}{1 + \beta} (w_1 - \tau_1^j) \end{aligned}$$

La demande agrégée dépend négativement de l'impôt prélevé sur les jeunes en première période, qui réduit leur épargne.

La demande agrégée sur les deux périodes vaut donc :

$$y_1 + \frac{(1 + n)y_2}{1 + r_2} = w_1 + \frac{1 + r_1}{1 + n} s_0 + \frac{1}{1 + \beta} \frac{1 + n}{1 + r_2} w_2$$

A long terme, la hausse de la demande liée aux dépenses publiques est entièrement compensée par la baisse de la consommation des jeunes, qui financent par l'impôt les dépenses publiques.

- c) Si la dépense publique est financée par un impôt prélevé sur les vieux de la période 1 ( $g_1 = \frac{\tau_1^v}{1+n}$ ), on a :

$$\begin{aligned} s_1 &= \frac{\beta}{1+\beta} w_1 \\ y_1 &= \frac{1}{1+\beta} w_1 + \frac{1+r_1}{1+n} s_0 - \frac{\tau_1^v}{1+n} + g_1 \end{aligned}$$

La relance est ici complètement compensée par la baisse de la consommation des vieux, puisque ceux-ci n'épargnent pas.

- d) Si la dépense publique est financée par endettement, puis par impôt prélevé sur les jeunes de la période 2 ( $g_1 = b_1$  et  $(1+r_2)b_1 = (1+n)\tau_2^j$ ), on a :

$$\begin{aligned} s_1 &= \frac{\beta}{1+\beta} w_1 \\ y_1 &= \frac{1}{1+\beta} w_1 + \frac{1+r_1}{1+n} s_0 + g_1 \end{aligned}$$

La relance est totale. Aucun agent vivant à la période 1 n'aura à supporter le poids de la dette supplémentaire et il n'y a donc aucun effet sur les comportements.

L'intervention publique modifie cependant les comportements des périodes suivantes:

$$\begin{aligned} s_2 &= \frac{\beta}{1+\beta} (w_2 - \tau_2^j) \\ y_2 &= \frac{1}{1+\beta} w_2 - \frac{1}{1+\beta} \frac{1+r_2}{1+n} g_1 + \frac{1+r_2}{1+n} \frac{\beta}{1+\beta} w_1 \\ s_3 &= \frac{\beta}{1+\beta} w_3 \\ y_3 &= \frac{1}{1+\beta} w_3 + \frac{1+r_3}{1+n} \frac{\beta}{1+\beta} w_2 - \frac{\beta}{1+\beta} \frac{(1+r_3)(1+r_2)}{(1+n)^2} g_1 \end{aligned}$$

L'effet de la dépense publique se fait sentir sur la demande agrégée des périodes 2 et 3 puisque le jeune de la période 2 lisse l'impact de la taxe sur sa consommation. En termes actualisés, l'effet de la dépense publique est complètement compensé à long terme:

$$y_1 + \frac{y_2(1+n)}{1+r_2} + \frac{y_3(1+n)^2}{(1+r_2)(1+r_3)} = w_1 + \frac{1+r_1}{1+n} s_0 + \frac{1+n}{1+r_2} w_2 + \frac{1}{1+\beta} \frac{(1+n)^2}{(1+r_2)(1+r_3)} w_3$$

- e) Si la dépense publique est financée par endettement, puis par impôt prélevé sur les vieux de la période 2 ( $g_1 = b_1$  et  $(1+r_2)b_1 = \tau_2^v$ ), on a :

$$\begin{aligned} s_1 &= \frac{\beta}{1+\beta} w_1 + \frac{g_1}{1+\beta} \\ y_1 &= \frac{1}{1+\beta} w_1 + \frac{1+r_1}{1+n} s_0 + \frac{\beta}{1+\beta} g_1 \end{aligned}$$

L'expansion budgétaire a un effet de relance car la hausse de l'épargne des jeunes est inférieure au montant des dépenses publiques.

En  $t = 2$ , on a cependant:

$$\begin{aligned} s_2 &= \frac{\beta}{1+\beta} w_2 \\ y_2 &= \frac{1}{1+\beta} w_2 + \frac{1+r_2}{1+n} \frac{\beta}{1+\beta} w_1 + \frac{1+r_2}{1+n} \frac{1}{1+\beta} g_1 - \frac{1+r_2}{1+n} g_1 \end{aligned}$$

Et donc à long terme:

$$y_1 + \frac{y_2(1+n)}{1+r_2} = w_1 + \frac{1+r_1}{1+n}s_0 + \frac{1}{1+\beta} \frac{1+n}{1+r_2} w_2$$

Conclusion : La dépense publique peut avoir un effet expansif qui est cependant en partie compensé si les agents anticipent une hausse future des impôts. A long terme, les dépenses publiques sont neutres quel que soit le mode de financement.

## Deuxième partie : l'effet d'éviction

5. Evolution du stock total de capital :  $K_{t+1} = K_t + I_t$ . En divisant par  $L_t$ , on trouve :

$$k_{t+1} = \frac{k_t + i_t}{1+n}$$

6. L'épargne des jeunes sert à financer le déficit public, à racheter le capital des vieux et à investir. On a donc:  $S_t = B_t + K_{t+1}$ , i.e.  $s_t = b_t + k_t + i_t$ . Dans ce cadre, la dette publique réduit l'épargne disponible pour accumuler du capital. On a :

$$\begin{aligned} i_t &= s_t - b_t - k_t \\ &= s_t - b_t - \frac{k_{t-1} + i_{t-1}}{1+n} \\ i_t &= (s_t - b_t) - \frac{s_{t-1} - b_{t-1}}{1+n} \end{aligned}$$

L'investissement est lié à l'augmentation relative de l'épargne par rapport à la dette publique.

7. La demande agrégée par travailleur vaut ici :

$$\begin{aligned} y_t &= c_t^j + \frac{c_t^v}{1+n} + i_t + g_t \\ y_t &= (w_t - s_t) + \frac{1+r_t}{1+n} s_{t-1} + (s_t - b_t) - \frac{s_{t-1} - b_{t-1}}{1+n} + g_t \end{aligned}$$

Ici, une hausse de l'épargne des jeunes n'affecte pas forcément la demande de biens puisque la baisse de la consommation est compensée par une hausse de l'investissement. En  $t = 0$ , on a :

$$y_0 = w_0 + \frac{r_0}{1+n} s_{-1}$$

La relance budgétaire financée par endettement conduit à la demande suivante :

$$y_1 = w_1 + \frac{r_1}{1+n} s_0 - b_1 + g_1$$

Comme  $b_1 = g_1$ , elle n'a aucun effet sur la demande : il y a éviction de l'investissement par la dépense publique puisque l'épargne des jeunes disponible pour l'investissement est amputée du montant de la dette.

## Troisième partie : la dynamique de l'accumulation

8.  $g_t = 0$  et  $b_t = \frac{1+r_t}{1+n} b_{t-1} - \tau_t^j - \frac{\tau_t^v}{1+n}$ . Le maintien de la dette publique à un niveau constant  $b$  implique:

$$b \frac{r_t - n}{1+n} = \tau_t^j + \frac{\tau_t^v}{1+n}$$

a) Lorsque seuls les jeunes sont imposés, le taux d'imposition est donc :

$$\tau_t^j = b \frac{r_t - n}{1 + n}$$

b) Alors que, si seuls les vieux sont imposés, on a :

$$\tau_t^v = b(r_t - n)$$

Le taux d'imposition est plus élevé que celui des jeunes puisque ceux-ci sont plus nombreux.

9. Lorsque la dette est maintenue en taxant les jeunes, on a :

$$s_t = \frac{\beta}{1 + \beta} \left[ w_t - b \frac{r_t - n}{1 + n} \right]$$

De plus :  $s_t = b + k_t + i_t = b + (1 + n)k_{t+1}$ . On en déduit l'équation d'accumulation du capital :

$$(1 + n)k_{t+1} = \frac{\beta}{1 + \beta} (1 - \alpha)k_t^\alpha - \left[ 1 + \frac{\beta}{1 + \beta} \frac{\alpha k_t^{\alpha-1} - n}{1 + n} \right] b$$

La dette a donc un effet négatif sur l'accumulation de capital, à la fois du fait de l'éviction (baisse de l'épargne disponible pour l'investissement) et de la baisse du taux d'épargne des jeunes du fait de l'imposition.

Lorsque la dette est maintenue en taxant les vieux, on a :

$$s_t = \frac{\beta}{1 + \beta} w_t + \frac{\tau_{t+1}^v}{(1 + r_{t+1})(1 + \beta)} = \frac{\beta}{1 + \beta} w_t + \frac{b(r_{t+1} - n)}{(1 + r_{t+1})(1 + \beta)}$$

et l'équation d'accumulation du capital :

$$(1 + n)k_{t+1} = \frac{\beta}{1 + \beta} (1 - \alpha)k_t^\alpha - \left[ 1 - \frac{\alpha k_{t+1}^{\alpha-1} - n}{(1 + \alpha k_{t+1}^{\alpha-1})(1 + \beta)} \right] b$$

Ici aussi, la dette ralentit l'accumulation de capital. Cependant, l'épargne des jeunes augmente cette fois-ci en prévision des impôts futurs ce qui limite le ralentissement de l'accumulation.

10. Une réduction exogène de la dette publique limite l'effet d'éviction et permet donc de relancer l'investissement. En outre, dans le cas où la dette est financée par un impôt sur les jeunes, ceux-ci peuvent épargner plus puisque leur revenu disponible augmente, ce qui accélère l'accumulation de capital. En revanche, si ce sont les vieux qui payent l'impôt, la baisse de l'effet d'éviction est en partie compensée par une baisse de l'épargne des jeunes.