

**Ecole Polytechnique, Eco-431 Macroéconomie**  
**PC 2**  
**La croissance économique (2)**

**Exercice 1 : Stock de connaissances et croissance à long terme**

La fonction de production agrégée s'écrit  $Y_t = K_t^\alpha (A_t L_{yt})^{1-\alpha}$ , où  $L_{yt}$  est la quantité de travail employée dans la production du bien final et  $A_t$  est le stock de connaissances. Celui-ci s'accumule selon l'équation différentielle:

$$\dot{A}_t = A_t^\varphi (L_{rt})^\lambda, \quad \varphi \leq 1, \quad \lambda \leq 1$$

où  $L_{rt}$  est la quantité de travail employée dans la recherche en  $t$ . Les ménages épargnent une proportion  $s_k$  de leur revenu, le taux de croissance de la population est  $n \geq 0$ , et la proportion de la force de travail employée dans la recherche est  $s_r$ .

1. Interpréter l'équation d'accumulation des connaissances, et notamment le rôle des paramètres  $\varphi$  et  $\lambda$ .
2. Soit  $y_t = Y_t/L_t$  et  $k_t = K_t/L_t$ . Calculer le taux de croissance équilibrée de l'économie en fonction de  $\varphi$ ,  $n$  et  $\lambda$  en supposant que  $\varphi, \lambda < 1$  et  $n > 0$ .
3. Calculez le taux de croissance équilibrée de l'économie sous l'hypothèse alternative que  $\varphi = \lambda = 1$  et  $n = 0$ , et interpréter. Que se passe-t-il lorsque  $\varphi = 1$  et  $n > 0$  ?
4. On avance parfois qu'une protection accrue des droits de propriété est susceptible d'augmenter la proportion de la force de travail dans le secteur de la recherche et développement. Evaluer l'effet d'une hausse de  $s_r$  sur la *croissance* et le *niveau* de  $A$  et de  $y$  dans le cas simplifié où  $\varphi = 0, \lambda = 1, n > 0$ .

**Exercice 2 : Dépense publique et croissance économique**

On considère une économie à deux biens, le travail et un bien numéraire produit, consommé et utilisé comme capital. La fonction de production est de la forme:

$$Y_t = A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1,$$

où  $K_t$  est le stock de capital,  $L_t$  le nombre de travailleurs, et  $A_t$  un terme de productivité qui dépend du montant des dépenses publiques:

$$A_t = \bar{A} (G_t/L_t)^\beta, \quad 0 \leq \beta \leq 1 - \alpha.$$

Ces dépenses sont financées par une taxe au taux  $x$  constant sur l'ensemble des revenus, et l'épargne est une fraction constante  $s$  du revenu disponible:

$$G_t = xY_t, \quad S_t = s(1-x)Y_t.$$

La population active, supposée pleinement employée, croît au taux  $n \geq 0$ , et le capital se déprécie au taux  $\delta \geq 0$ .

1. Ecrire l'équation différentielle donnant l'évolution du capital par travailleur,  $k_t = K_t/L_t$ .
2. Caractériser l'équilibre de long terme de l'économie lorsque  $\alpha + \beta < 1$ . Le taux de croissance du revenu par travailleur est-il dépendant de  $x$  ?
3. On suppose maintenant que  $\alpha + \beta = 1$ . Quel est l'effet sur la croissance du ratio  $G_t/Y_t$ ? Quel est le niveau de dépenses publiques qui maximise la croissance du PIB par travailleur? D'après l'étude sur données transversales de Barro (1996), la dépense publique des pays considérés est-elle trop faible ou trop importante?