

**Ecole Polytechnique, Eco-431 Macroéconomie**  
**PC 1**  
**La croissance économique (1)**

**Exercice: Le modèle de Solow**

On suppose une fonction de production Cobb-Douglas identique pour tous les pays. Le progrès technique  $A_t$  est exogène et porte sur le travail  $L_t$  ( $A_t L_t$  est appelé travail efficace) :

$$Y_t = K_t^\alpha (A_t L_t)^{1-\alpha} \quad \text{avec } 0 < \alpha < 1$$

La quantité de travail  $L$  et son efficacité  $A$  croissent à taux constant  $g_L$  et  $g_A$ , soit :

$$L_t = L_0 e^{g_L t} \quad \text{et} \quad A_t = A_0 e^{g_A t}$$

Le capital se déprécie au taux  $\delta$  identique pour tous les pays. Le taux d'épargne  $s$  est exogène et constant. Il peut différer d'un pays à l'autre. On note  $k_t = K_t / (A_t L_t)$  et  $y_t = Y_t / (A_t L_t)$  les grandeurs par unité de travail efficace. On a donc :

$$y_t = f(k_t) = k_t^\alpha$$

1. Ecrire l'équation d'évolution du capital effectif  $k$  et en déduire l'état stationnaire  $k^*$ . Retrouver ce résultat graphiquement. Déterminer le niveau correspondant de production effective  $y^*$ . Quel est alors le taux de croissance de la production  $Y$  ?
2. Calculer le salaire  $w_t$  et le taux d'intérêt  $r_t$  à l'équilibre de cette économie.
3. En 1957, l'économiste N. Kaldor affirmait que, sur le long terme, les économies capitalistes se caractérisaient par i) des parts des facteurs à peu près constantes, ii) un ratio capital/PIB à peu près constant, iii) un taux de croissance du PIB par travailleur à peu près constant et iv) un rendement sur le capital investi à peu près constant. Le modèle de Solow permet-il de rendre compte de ces régularités?
4. Calculer le taux d'épargne optimal  $\hat{s}$  défini comme étant celui qui maximise la consommation par unité de travail efficace. A l'équilibre stationnaire, quand  $s = \hat{s}$ , quel est le rendement du capital ? On dit que l'économie est "dynamiquement inefficente" si une modification du taux d'épargne peut améliorer la consommation par tête à toutes les périodes. Une économie où  $s > \hat{s}$  est-elle efficiente ou inefficente ? Et une économie qui n'épargne pas assez ?
5. Ce modèle permet-il de rendre compte des écarts de croissance entre les pays ?
6. On se place maintenant en dehors de l'état stationnaire. Montrer que le taux de croissance  $g_y$  peut s'approximer, au voisinage de l'équilibre stationnaire, par la relation :

$$g_y \simeq \beta \ln(y/y^*)$$

De quoi dépend le coefficient  $\beta$ ? Interpréter.

7. Application numérique :  $g_L = 1\%$ ,  $g_A = 2\%$ ,  $\delta = 5\%$ ,  $\alpha = 1/3$ . Calculer  $\beta$  et le taux de croissance correspondant pour un pays dont la production effective est égale au quart de sa valeur stationnaire. Combien de temps faut-il pour résorber la moitié de cet écart ? Ce résultat est-il réaliste ?